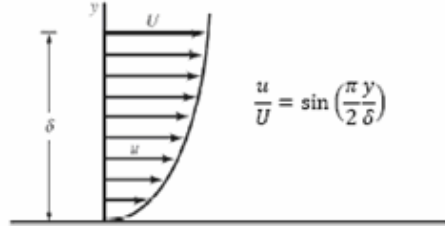
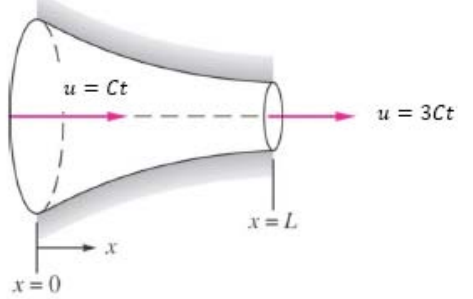


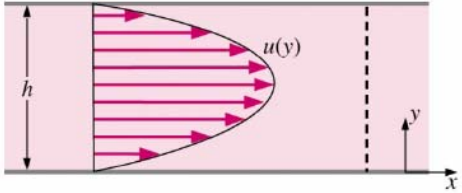
AKIŞKANLAR MEKANİĞİ-II DERSİ FİNAL SINAVI ÇÖZÜMLERİ

Tarih: 24/01/2008.....Süre: 90 dak.

Önemli notlar: 1. Ders notları kapalıdır. 2. Gerekli denklem listesi en son sayfada verilmiştir.

Soru No	Sorunun Tanımı
S-1 (20 p)	Aşağıda verilen denklemin; ismini, 1, 2, 3 ve 4 ile gösterilen terimlerin fiziksel anlamını ve 'X' ile gösterilen terimin sembolik açılımını yazınız? Orijinal momentum denkleminde kıyasla, denkleme uygulanmış varsayımlar varsa, belirtiniz? Denklemin 'y' eksenindeki karşılığını yazınız? Bir boyutlu akış koşullarında; mevcut denklemin önce Euler denklemine, sonra da akım çizgisi boyunca Bernoulli denklemine dönüştürünüz? $\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{X}{4}$ Çözüm: 1. Terim: toplam ivme ya da atalet kuvveti; 2. Terim: basınç kuvveti; 3. Terim: viskoz kuvvet; 4. Terim: yerçekimi kuvveti X=ρg Newtonyan akış, sıkıştırılamaz akış ve kararlı akış varsayımları uygulanmıştır. 'y' yönü denklemi $\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Y$ Bir boyutlu Euler denklemi $\rho \left(u \frac{du}{dx} \right) = - \frac{dp}{dx} + Y$ Bir boyutlu Bernoulli denklemi $u du + \frac{dp}{\rho} + g dx = 0$ $u^2 / 2 + \frac{p}{\rho} + g x = 0$
S-2 (10 p)	Bağıl yoğunluğu ve kinematik viskozitesi sırasıyla 0.92 ve $4 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ olan bir akışkan sabit bir levha üzerinden akmaktadır. Levha yüzeyine yakın tabaka içerisinde geçerli hız profili ve denklemi şekilde gösterilmiştir. $U=1 \text{ m/s}$, $\delta=2 \text{ mm}$ olduğuna göre, levha üzerindeki ($y=0$) kayma gerilmesinin değerini ve yönünü (sağa doğru/sola doğru gibi) belirleyiniz?  Çözüm: $\tau = \mu \left. \frac{du}{dy} \right _{y=0}$ $= \mu \frac{d}{dy} \left(U \sin \left(\frac{\pi y}{2 \delta} \right) \right) \Big _{y=0}$ $= \mu \frac{\pi U}{2 \delta} \cos \left(\frac{\pi y}{2 \delta} \right) \Big _{y=0} = \frac{\pi U}{2 \delta} \mu = \frac{\pi U}{2 \delta} (SG \cdot \rho_{H_2O} \cdot \nu)$ $= \frac{\pi}{2} \times \frac{1 \text{ m/s}}{0.002 \text{ m}} \times (0.92 \times 1000 \text{ kg/m}^3 \times 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s})$ $= 289.0 \text{ N/m}^2$ Değer (+) çıktığı için yönü levhanın sağ tarafına doğrudur.

Soru No	Sorunun Tanımı
S-3 (10 p)	İdeal bir akışa ait kompleks potansiyel fonksiyon aşağıdaki denklem ile verilmektedir. 'U' ve 'V' değeri bilinen serbest akış hızları olmak üzere; akım çizgisi fonksiyonu ile 'x' ve 'y' yönündeki hız bileşenlerini belirleyiniz? $\Phi(z) = (U + iV)z$ $\Phi(z) = U(x + iy) + iV(x + iy) = Ux + Uiy + Vix - Vy$ $\Phi(z) = \underbrace{(Ux - Vy)}_{\phi(x,y)} + i\underbrace{(Uy + Vx)}_{\psi(x,y)}$ $\frac{d\phi}{dz} = U + iV = \bar{w} = u - iv \quad \dots\dots\dots \begin{matrix} u = U \\ v = -V \end{matrix}$
S-4 (20 p)	Şekilde gösterilen daralan lüle geometrisi içerisinde sürtünmesiz olduğu varsayılan tek boyutlu ve kararsız bir akış söz konusudur. Merkezden geçen eksen boyunca geçerli hız profili aşağıda verilmiştir. Lülenin orta noktası ($x=L/2$) için; a) yerel ve konvektif ivme, b) basınç gradyanı (dp/dx), büyüklüklerine ait formülleri türetiniz? $u(x,t) = C\left(1 + \frac{2x}{L}\right)t \quad \dots\dots\dots C : \text{sabit}$  Çözüm: Aşağıda türetilen formüllere $x=L/2$ değeri konulacaktır. a) Yerel ve konvektif ivme $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left[C \left(1 + \frac{2x}{L} \right) t \right] = C \left(1 + \frac{2x}{L} \right)$ $u \frac{\partial u}{\partial x} = \left[C \left(1 + \frac{2x}{L} \right) t \right] \times \frac{\partial}{\partial x} \left[C \left(1 + \frac{2x}{L} \right) t \right] = \frac{2C^2 t^2}{L} \left(1 + \frac{2x}{L} \right)$ b) basınç gradyanı $\frac{dp}{dx} = -\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right)$ $= -\rho \left[C \left(1 + \frac{2x}{L} \right) + \frac{2C^2 t^2}{L} \left(1 + \frac{2x}{L} \right) \right]$ $= -\rho C \left(1 + \frac{2x}{L} \right) \left(1 + \frac{2Ct^2}{L} \right)$
S-5 (10 p)	Çapı 100 mm olan dairesel kesitli bir boru içerisinde yoğunluğu ve dinamik viskozitesi sırasıyla 800 kg/m^3 ve 0.08 Pa.s olan motor yağı akışı söz konusudur. Tam gelişmiş akış koşullarında Reynolds sayısı 500 olduğuna göre, boru merkezinden 40 mm yukarıdaki noktadaki akış hızının değerini belirleyiniz? $Re_e = 500 = \frac{\rho u_m d}{\mu}$ $u_m = \frac{500\mu}{\rho d} = \frac{500 \times 0.08}{800 \times 0.1} = 0.5 \text{ m/s}$ $\Delta p = \frac{32\mu L u_m}{d^3} = \frac{32 \times 0.08 \times L \times 0.5}{0.1^3} = 128L \text{ Pa}$ $u = \frac{\Delta p (R^2 - r^2)}{4L\mu} = \frac{128L (0.05^2 - 0.04^2)}{4L \times 0.08} = 0.36 \text{ m/s}$

Soru No	Sorunun Tanımı
S-6 (10 p)	Yatay ve çok uzun iki paralel levha, aralarındaki düşey mesafe 4 mm olacak şekilde sabitlenmiştir. Bu iki levha arasında dinamik viskozitesi 0.38 Pa.s olan bir akışkan sürekli, tam gelişmiş ve laminar akım koşullarında akmaktadır. Birim uzunluk başına basınç kaybı 20 kPa/m olduğuna göre, iki levha arasındaki akışa ait maksimum yerel hızı belirleyiniz? Çözüm: $u(y) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) y(y - h)$ $y = \frac{h}{2}$ $u_{max} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{h}{2} \left(\frac{h}{2} - h \right) = -\frac{h^2}{8\mu} \left(\frac{dp}{dx} \right)$ $u_{max} = -\frac{(0.004 \text{ m})^2}{8 \times 0.38 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2} \times (-20000 \text{ N}/\text{m}^3) = \mathbf{0.105 \text{ m/s}}$ 
S-7 (20 p)	Şekilde gösterilen sistemde pompa gücünün doğru hesaplanabilmesi açısından göz önüne alınması gerekli kayıpların yerlerini şekil üzerinde göstererek, oluşma nedenini belirtiniz? Hesaplamanın yapılabilmesi açısından hangi verilerin gerektiğini belirtiniz? Çözüm: Boru uzunluğu boyunca temel akış kaybı ve şekilde gösterilen bölgelerde yerel akış kayıpları vardır. Akışa ait ortalama hız ve yerel kayıp katsayısı değerlerinin bilinmesi gereklidir. 