

İSTATİSTİK
Prof. Dr. Hüsamettin BULUT
Harran Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Makine Mühendisliği Bölümü
Şanlıurfa

BÖLÜM 1.

İstatistik literatürde çeşitli biçimlerde tanımlanmaktadır.

- 1- Pozitif bilimin esası olan deney veya denemeler planlama, gözlem yapma, verileri toplama ve toplanan verileri düzenleme, analiz etme, yorumlama, objektif ve doğru karar verme ile ilgili bilimsel teknik ve metotlar geliştiren ve uygulayan temelini matematikten alan bilim dalına istatistik denir. İstatistik bütün bilimlerin ortak veri değerlendirme metodudur. İstatistik yöntem ve teknikler, sosyal (ekonomi, sosyoloji, psikoloji ve eğitim), fen (mühendislik) ve sağlık (Tıp) bilimlerinde kullanılmaktadır. Ekonometri: Ekonomiye uygulanan istatistik, Biyometri: Biyolojiye uygulanan istatistik, Sosyometri: sosyolojiye uygulanan istatistik
- 2- Yığınların özelliklerini sayarak, ölçerek veya tartarak elde edilen sayısal verilerle uğraşan kendine ait sembol ve terminolojisi olana bir bilimsel metottur.
- 3- İstatistik, çeşitli konuların ve olayların analizi için gerekli olan sayısal bilgilerdir.
- 4- İstatistik mantıklı neticeler çıkarmak için sınıflandırma, yorumlama bilimidir.

İstatistik verilerin değerlendirmesindeki kullanım durumuna göre Deskriptif (Açıklayıcı) ve analitik istatistik olarak ikiye ayrılır.

Deskriptif İstatistik: Ham veri yığınlarının özetlenerek, sonuçların kolay anlaşılır bir şekle getirilmesindeki metotları içerir. Mantık biliminin tümdengelim metodunu kullanır.

Analitik İstatistik: Örnekten elde edilen veriler üzerinden yapılacak bazı tahmin ve analizlerle ilgili prensipleri ortaya koyar. Tüme varım metodunu kullanır.

İstatistikte Kullanılan Paket Programlar:

- 1- MINITAB
- 2- SAS (Statistical Analysis System)
- 3- BMD(Biomedical Computer Programs)
- 4- SPSS (Statistical Package for Social Sciences)
- 5- STATISCA

İstatistikte kullanılan Temel Kavramlar

Her bilim dalında olduğu gibi, istatistiğinde kendine ait kavramları bulunmaktadır.

Veri: Gözlem, sayım ve ölçüm sonucu elde edilen bilgi, sembol ve rakamlara veri denir. Veriler genelde iki gruba ayrılır.

- 1- **Kalitatif(Nitel) veriler:** Bilgilerden elde edilen neticeler katogorilere ayrılarak depolanmıştır. Her bir verinin hangi sınıfa veya katogorilere girdiği açıkça bellidir. Saç rengi, cinsiyet, medeni durum, kişisel özellikler gibi veriler kalitatif verilerdir. Azlık ve çokluklarına göre sıraya koyamayız. Sınıflar kesin hatlarla ayrılmıştır.

- 2- **Kantatif (Nicel) veriler:** Ölçüm ve sayım sonucu ortaya çıkan verilerdir. Öğrenci sayısı, havadaki asılı partikül sayısı, boy, ağırlık ve üretim sayısı gibi.

Değişken: Gözlem, sayım ölçüm ve değerlendirme sonucu elde edilen verilerin atandığı çokluklara değişken denir. Değişkenler x,y,z gibi harflerle sembolize edilirler.

Değişkenler genel olarak iki ana grupta toplanırlar:

- 1- **Kesikli değişken:** Bir değer aralığındaki sayılardan bazılarını kabul eden değişkenlere kesikli veya süreksiz değişken denir. Bu durumda tam sayılar söz konusudur. Örneğin ailedeki çocuk sayısı, atılan parada tura gelme sayısı, belirli bir zaman aralığında santrale gelen telefon sayısı gibi. Belirli bir zamanda tezgahtan çıkan mamül adedi gibi
- 2- **Sürekli değişken:** Bütün sayıları kabul eden değişkenler sürekli dir. Boy uzunluğu, vücut ağırlığı, Suyun pH değeri, hacim ve alan değerleri, ölçüm değerleri, Sıcaklık, Basınç, debi, güç, yoğunluk gibi değişkenlerin her biri sürekli değişkenlerdir.

Birim: Bir topluluğu oluşturan ve incelemeye konu olan obje veya bireye denir. Nüfus olayında birim kişi, üniversite öğrenci gibi.

Populasyon (Ana Kütle, Yığın): Belli özellikleri ortak olan birimlerin oluşturduğu topluluğa populasyon denir. Örneğin bitki populasyonu, öğrenci populasyonu gibi. Populasyonu oluşturan birimlerin sayısı veya populasyon genişliği araştırmacının amacına bağlı olarak küçülebilir veya büyüyebilir. Örneğin amacımız istatistik dersini alan öğrencilerin bazı özelliklerini incelemek ise, istatistik dersi alan öğrencilerin oluşturduğu topluluk populasyondur.

Örnek: İnceleme konusu olan populasyondan bir örnekleme yöntemiyle populasyonu temsil edebilecek büyüklükte alınan daha az sayıda birimlerin oluşturduğu topluluğa örnek adı verilir. Örnek, araştırmacının çalıştığı konu ile ilgili olarak deney veya gözlemler sonunda elde ettiği gözlemler topluluğudur. Örneğin bir fabrikanın imal ettiği ilaçtan rastgele seçilen 20 kutu, bir mahallede ailedeki çocuk sayısını belirlemek için o mahalleden seçilen 50 hane gibi. Mahalle Ana kütle, seçilen 50 aile (hane, ev) örnek.

Parametre: Populasyon özelliklerini tanımlayan değerlere parametre denir. . Populasyonun ortalaması (μ) ve varyansı(σ^2) gibi.

İstatistik: Örneğin özelliklerini tanımlayan değerlere istatistik denir. Örnekten hesaplanan değerlere denir. Örneğin ortalaması ($\bar{x}$) ve varyansı (S^2) gibi.

Örnekleme: Herhangi bir populasyonda örneği seçmek için uygulanan yöntemler topluluğuna örnekleme denir. Populasyonu temsil etmek amacı ile en çok kullanılan ve en basit yöntem şans örneklemesidir. Yani örneğin rastgele populasyondan seçilmesidir.

Araştırmacının, populasyonu oluşturan tüm birimleri incelemesi, zaman, eleman ve ekonomik koşullardan dolayı mümkün olmadığından, populasyonu temsil edebilecek örnek üzerinde çalışmak zorundadır. Örneklemede dikkat edilecek hususlar:

- 1- Birim sayısını geniş tutmak: Ele alınan birim sayısı artı kça istatistiklerin güvenilirliği o oranda artar. Fakat bunu, ekonomi, zama ve eleman gibi faktörler sınırlar.
- 2- Malzeme ve araştırmanın konusu hakkında bilgi sahibi olmak.
- 3- Birimlerin örneğe girmesini rastgele yapmak: Araştırmacının örnek seçiminde objektif ve doğru olması gerekir.

BÖLÜM 2.

VERİLERİN SINIFLANDIRILMASI

Araştırma, gözlem ve anket çalışmalarında, üretim, tüketim, nüfus, sağlık vb. alanlarda edilen ham verilerin uygun metotlar kullanarak, değerlendirilmesi, kolay anlaşılır bir şekilde özetlenmesi veya sınıflandırılması ve sonuç olarak yorumlandırılması gerekmektedir. Bu durum deskriptif istatistiğin konusunu oluşturur.

Veriler, frekans tabloları hazırlanarak ve şekil ve grafiklerde gösterilerek sunulmakta ve bazı sonuçlara ulaşılmaktadır.

Frekans: Bir veri serisinde birden fazla eleman aynı değeri alabilir. Veriler içerisinde değerlerin tekrar edilen miktarına frekans denir. Diğer bir ifade ile verilerin tekrarlanma sayısına denir. Örneğin sınıftaki öğrencilerin doğum tarihine göre listelersek ve sınıfta 1980 doğumlu 5 öğrenci varsa 1980 yılında doğmuş olan öğrenciler için frekans 5'tir.

Frekans Tabloları

10 bin öğrencisi olan bir üniversite boy ölçüleri ile ilgili bir araştırmaya ihtiyaç olduğunu farz edelim. 1000 kişilik bir örnek alarak boy ölçülerini aldığımız bir liste hazırlanmış olsun. Böyle bir liste bir anlam ifade etmez. Listede tekrarlanan veriler bulunacaktır. Bu verilerin sınıflandırılması ve tekrarlanan verilerin tespit edilmesi gerekir. Bunu yapmak için frekans tablosunun yapılması gerekir. Bir sınıfta İstatistik dersinden CC notu alan öğrenci sayısı 10 ise, cc notlu öğrenciler için frekans 10'dur.

Ham verilerin özetlenmesi ve takdiminde kullanılan en yaygın metot frekans tablolarıdır. Frekans tabloları, verilerin özetlenerek kolay anlaşılır hale getirilmesi fonksiyonu yanında başka avantajlar da sağlamaktadır. Bunlar:

- 1- İncelenen değişkenin dağılışı hakkında bilgi verebilir
- 2- Verilerin hangi değerler arasında veya gruplarda toplandığını görebiliriz.
- 3- Ortalama ve varyans gibi istatistikler kolayca frekans tablolarından hesaplanabilir.

Frekans tablolarının oluşturulmasında aşağıdaki sırayı izlemek yararlı olur;

1- Ham veri sıralı veri durumuna getirilir. Verileri küçükten büyüğe doğru sıralamak en uygun çözümdür.

2- Sınıf sayısı belirlenir. Sınıf sayısı veri sayısına bağlı olarak 5-20 arasında olabilir. Değişim aralığı arttıkça sınıf sayısının azaltılması önerilir.

Sturges kuralına göre sınıf sayısı (SS);

$SS=1+3.32\log(n)$ formülü ile bulunur. "n" veri sayısıdır.

3- Değişim genişliği (DG) hesaplanır.

$DG = X_{\max} - X_{\min}$ (Maksimum değer ve minimum değer arasındaki fark)

4- Sınıf Aralığı (SA) hesaplanır. Çıkan sayı tam sayıya dönüştürülür.

$SA = DG / SS$

5- Sınıf alt limitleri (AL) ve üst limitleri (ÜL) belirlenir. Ölçüm Hassasiyet Birimi (ÖHB):

Verilerin hassasiyetidir. Örnek (5,10,25,40, 65,85) için $\text{ÖHB}=5, (20.2, 5.6, 8.4, 8.8)$

$\text{ÖHB}=0.2$

Birinci sınıfın alt limiti veriler içindeki en küçük değere eşit veya daha küçük ($\leq$) sonuncu sınıfın üst limiti veriler içindeki en büyük değere eşit veya daha büyük ($\geq$) olmalıdır.

6- Sınıf alt ve üst sınırları (AS ve ÜS) hesaplanır. Ölçüm hassasiyet biriminin yarısı, her bir sınıfın alt limitinden çıkartılarak alt sınırlar, aynı değer her bir sınıfın üst limitine eklenerek üst sınırlar hesaplanır. $AS = AL - (\text{ÖHB}/2)$, $\text{ÜS} = \text{ÜL} + (\text{ÖHB}/2)$

7- Sınıf değeri (SD) hesaplanır. Her bir sınıfın alt ve üst limitlerinin ortalaması sınıf değerini verir.

8- Frekanslar belirlenir. Veriler içindeki her bir sınıfın alt ve üst limitleri arasındaki değerlerin sayısı o sınıfın frekans değeridir.

Sınıf frekansları hesaplandıktan sonra , nisbi (relatif) frekans , eklemeli (yığılmalı) frekans ve eklemeli nisbi frekans değerleri her sınıf için tespit edilir.

Nisbi frekans: İstatistikte yer alan her hangi bir frekans değerinin serinin bütün frekans değerlerinin toplamına olan oranıdır. Bu değer 100 ile çarpıldığında yüzde nisbi frekans değeri bulunur.

Veri	Frekans	Nisbi frekans	Yüzde nisbi frekans, %
x_1	f_1	f_1/N	$f_1/N * 100$
x_2	f_2	f_2/N	$f_2/N * 100$
x_3	f_3	f_3/N	$f_3/N * 100$
x_n	f_i	f_i/N	$f_n/N * 100$
$\sum_{i=1}^n x_n$	$\sum_{i=1}^n f_n = N$	$\sum_{i=1}^n f_n / N = 1$	$\sum_{i=1}^n f_n / N = 100$

Örnek: Kırk kişiye ait ağırlıklar aşağıda verilmiştir. Bu veriler için frekans tablosunu oluşturunuz.

56	67	68	59	41	59	46	86	84	49
55	57	69	67	58	59	57	69	78	87
90	78	79	67	68	86	97	90	50	60
70	89	80	48	67	85	80	79	68	67

Çözüm: 1- Veriler sıralı hali:

41	46	48	49	50	55	56	57	57	58
59	59	59	60	67	67	67	67	67	68
68	68	69	69	70	78	78	79	79	80
80	84	85	86	86	87	89	90	90	97

2- Sınıf sayısı, $SS=1+3.32*\log(40)=6.3\approx 6$ sınıf

3- Değişim genişliği, $DG= X_{\max}-X_{\min}= 97-41=56$

4- Sınıf Aralığı, $SA=DG/SS=56/6=9.3\approx 10$

5- Alt limit, 1. sınıf için $AL=40$, $ÜL=49$, 2. sınıf için $AL= 40+10=50$, $ÜL=59$

6- Sınıf alt ve üst sınırları:

Veriler tam sayı olduğundan ölçüm hassasiyet birimimi(ÖHB) 1'dir. Dolayısıyla $1/2=0.5$, alt limitten çıkarılarak alt sınır, üst limite eklenerek üst sınır hesaplanır. 1. sınıf için $AS=40 - 0.5=39.5$, $ÜS=49+0.5=49.5$

7- Sınıf değeri, 1. sınıf için $(40+49)/2=44.5$, 2. sınıf için $(50+59)/2=54.5$ hesaplanır.

8-frekans değerleri 1. sınıf için 40-49 arasında 4 değer var, 1. sınıfın frekans değeri 4 'tür.

Yukarıdakiler işlemler frekans tablosunda yerleştirildiğinde veriler daha rahat gözlenebilmektedir.

Sınıf No	Sınıf Limitleri		Sınıf Sınırları		SD	Frekans	NF	Yüzde NF, %	ENF, % Den küçük	TENF, % Den Büyük	EF öncesi	TEF sonrası
	AL	ÜL	AS	ÜS								
1	40	49	39.5	49.5	44.5	4	$4/40=0.1$	10	10	90	4	36

2	50	59	49.5	59.5	54.5	9	9/40=0.225	22.5	32.5	67.5	13	27
3	60	69	59.5	69.5	64.5	11	11/40=0.275	27.5	60	40	24	16
4	70	79	69.5	79.5	74.5	5	5/40=0.125	12.5	72.5	27.5	29	11
5	80	89	79.5	89.5	84.5	8	8/40=0.20	20.0	92.5	7.5	37	3
6	90	99	89.5	99.5	94.5	3	3/40=0.075	7.5	100	0	40	0
						$\sum_{i=1}^n f_n = 40$	$\Sigma=1$	$\Sigma=100$				

Sınıf aralıkları eşit olmayan ve 1. sınıfının alt limiti olmayan Frekans tablosu:

	BMI(Body Mass Index, Şişmanlık İndeksi) Vücut kitle indeksi formülü, $BMI = KG / m \times m$ 105 kg kütle 1.88 m ise $BMI=29.7$		
Sınıf	AL	ÜL	Frekans
1	<18.5	Az kilolu	
2	18.5-24.9	Normal Kilo	
3	25-29,9	Fazla Kilo	
4	30-39.9	Obez	
5	40>	Morbid (Ciddi)	

Sınıfları kalitatif olan frekans tablosu:

Öğrenim Düzeyi	
Mezuniyet	Frekans
İlkokul	
Ortaokul	
Lise	
Üniversite	

Sınıfları kesikli olan frekans tablo:

Çocuk sayısı	
Adet	Frekans
0	
1	
2	
3	
4	

ÖRNEK: Otuz ailenin sahip oldukları çocuk sayıları aşağıda verilmiştir. Bu değerler için frekans tablosu hazırlayınız.

0	2	3	1	5	6	2	3	4	2	4	5	6	1	2
0	1	0	2	3	4	2	2	3	3	5	2	3	4	5

Çözüm: Değerler kesikli veri olduğundan sınıflar ayrılmış durumda ve sınıf sayısı da 6'dır.

Sınıf	Sınıf değeri	Frekans	Yığılmalı (Eklemeli, Kümülatif)Frekans	Nisbi frekans	Yüzde nisbi frekans, %	Kümülatif NF,%
0	0	3	3	0.10	10	10
1	1	3	6	0.10	10	20
2	2	8	14	0.27	27	47
3	3	6	20	0.20	20	67
4	4	4	24	0.13	13	80
5	5	4	28	0.13	13	93
6	6	2	30	0.07	7	100
	TOPLAM	30	-	1.0	100	

Bir frezede imal edilen 24 dişlinin brinel sertlik değerleri aşağıda verilmiştir. Buna göre frekans tablosunu hazırlayınız.

37	39	38	41	36	37	43	37	49	39	39	41
37	43	52	39	42	38	40	39	43	39	45	39

Çözüm: $DG=52-36=16$, $SS=6$, $SA=16/6=3$

Sınıf Aralığı	Frekans
35-37	5
38-40	10
41-43	6
44-46	1
47-49	1
50-52	1

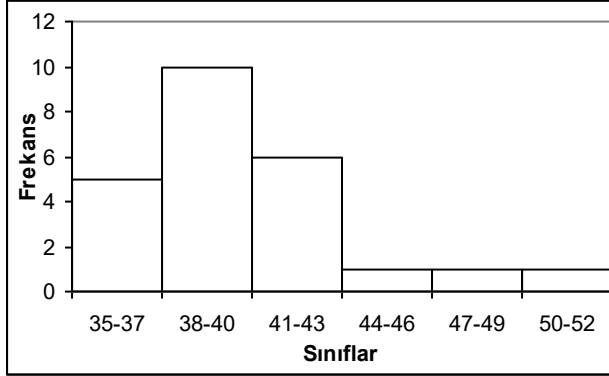
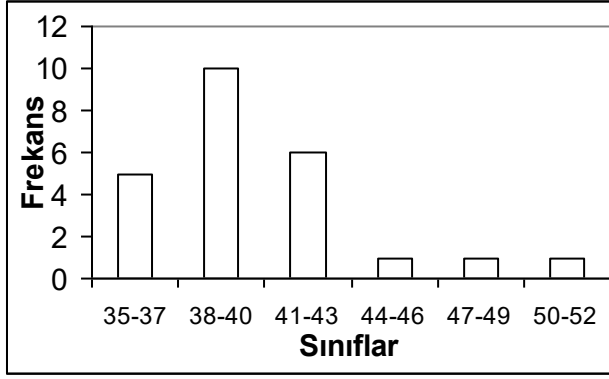
Çizelge . Gaziantep için günün farklı 6 zaman dilimine ait yıllık sıcaklık aralıklarının görülme saatleri (N_{bin}) değerleri [saat/yıl]

Saat	Sıcaklık Aralığı [°C]																
Aralığı	-9/-6	-6/-3	-3/0	0/3	3/6	6/9	9/12	12/15	15/18	18/21	21/24	24/27	27/30	30/33	33/36	36/39	42/45
1-4	6	25	79	151	196	174	150	127	139	159	163	81	10	0	0	0	0
5-8	7	29	86	157	191	160	143	122	129	153	154	99	28	2	0	0	0
9-12	0	3	17	67	127	152	131	115	106	95	102	134	152	154	84	20	1
13-16	0	0	8	38	82	131	148	129	109	98	91	100	133	152	156	74	10
17-20	0	5	26	80	135	177	142	116	106	97	115	138	143	111	56	12	1
21-24	2	13	55	128	178	185	141	124	117	145	164	152	51	5	0	0	0
Toplam	15	75	271	621	909	979	855	733	706	747	789	704	517	424	296	106	12

Verilerin ve Bilgilerin Grafiklerle Gösterilmesi

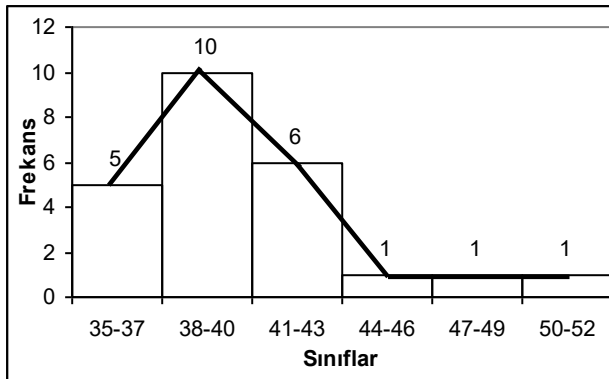
Verilerin ve bilgilerin takdim ve özetlenmesinde şekiller ve grafikler yaygın olarak kullanılır. En önemli şekil ve diyagramlar:

1- Histogramlar: Yatay eksene(x) sınıf sınırları, dikey eksene(y) frekanslar yerleştirilerek çizilecek dikdörtgenler vasıtasıyla frekans dağılımının gösterilmesidir. Sütun genişliğinin önemi yoktur. Bu sütunlar yerine çizgiler kullanılır (kesikli verilerde).



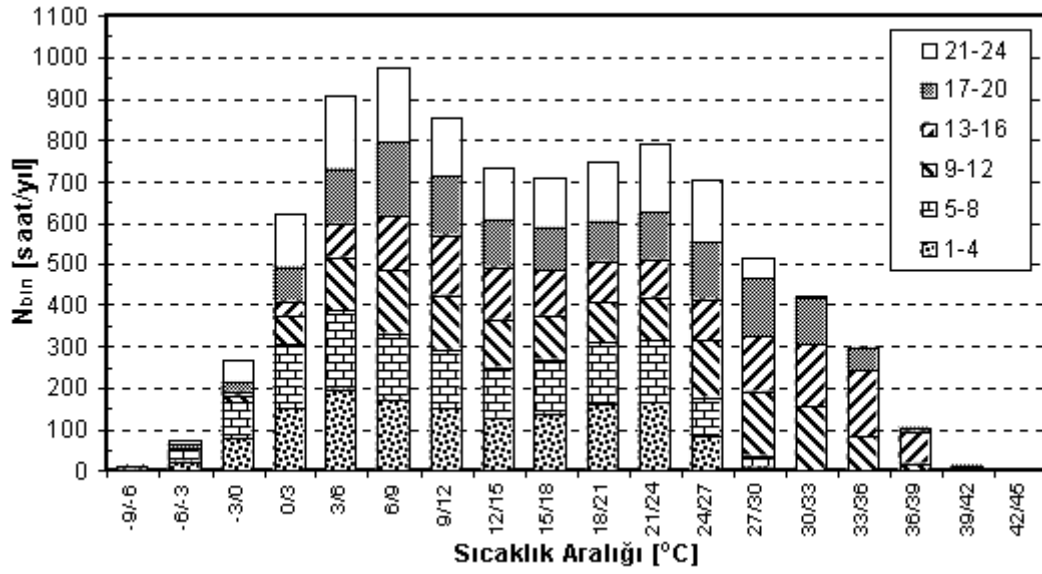
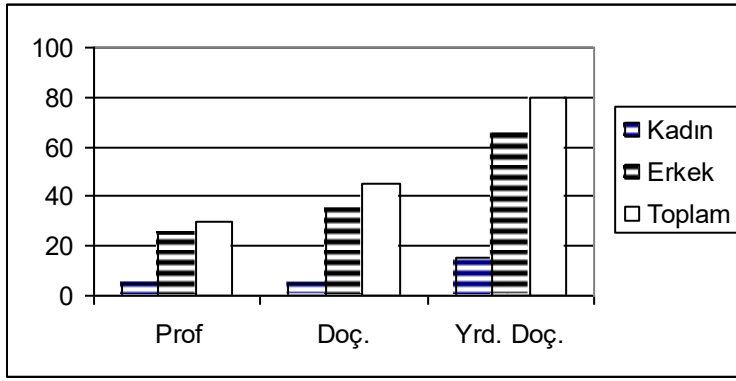
Şekil: Histogram

Poligonlar : x ekseni sınıf değerleri ve y ekseni frekans veya eklemeli frekans değerlerini gösteren bir eğriden oluşur. Frekans poligonu(eğrisi) histogramdaki dikdörtgenlerin tepe noktalarını birleştirmek yoluyla elde edilen grafiklerdir. Verilerin dağılım fonksiyonu hakkında kaba bir fikir verir.

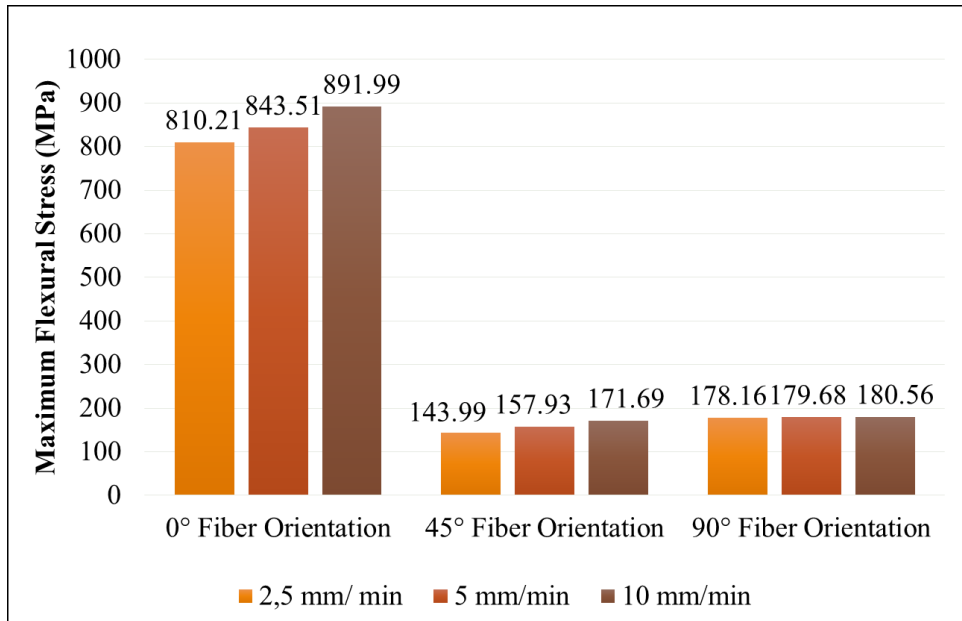


Şekil. Poligon.

Sütun Grafikleri: Miktarlar arasındaki ilişkiyi göstermek için kullanılan grafiklerdir. Histogramlarla aynı görevi görürler.

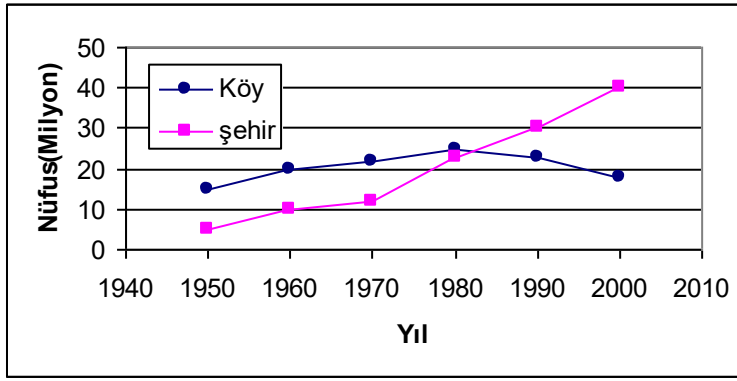


Şekil 3. Gün içerisindeki zaman dilimlerinin bin değerleri üzerindeki etkisi.

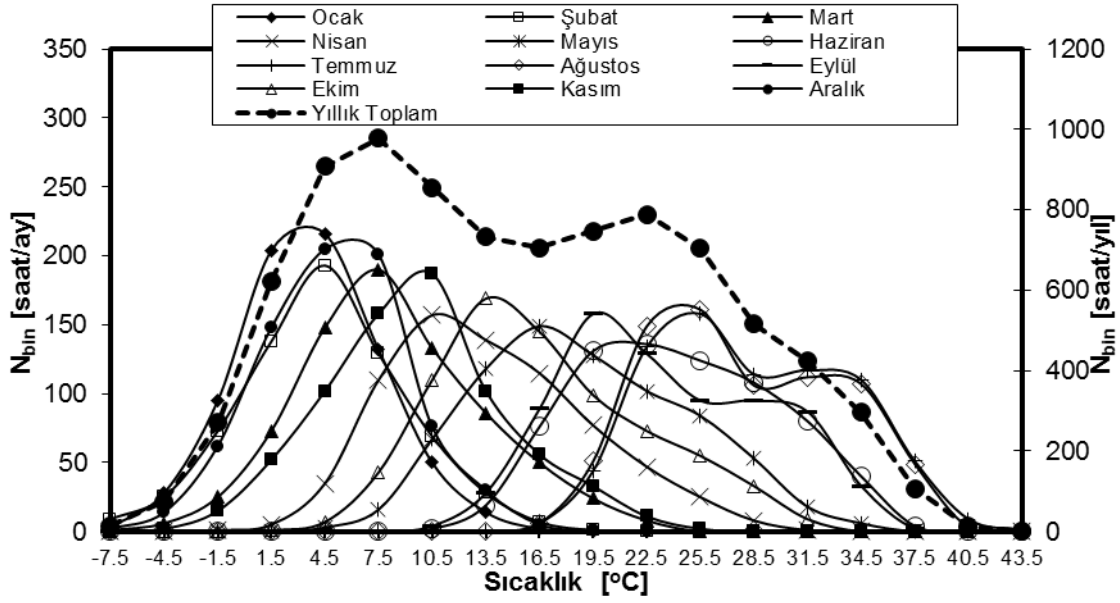


Şekil Sütun grafiği.

Çizgi grafikler: daha çok değişimi ve trendi gösterir. Değişim çizgilerle gösterilir.



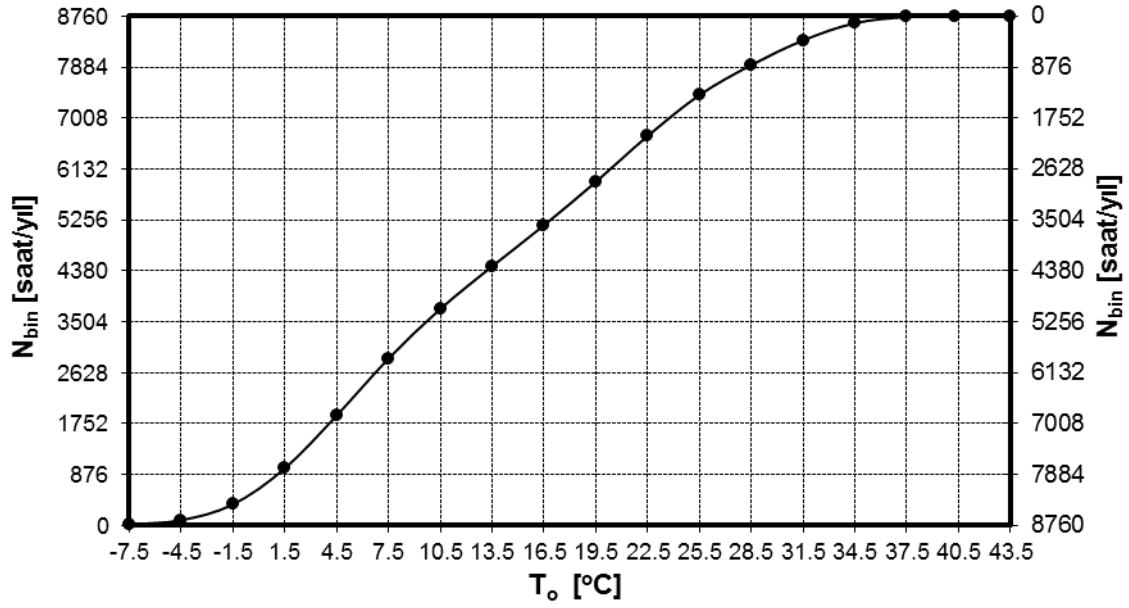
Şekil. Türkiye’de köy ve şehir nüfuslarının yıllara göre değişimi



Şekil. Gaziantep ili için toplam aylık ve yıllık bin değerlerinin değişimi.

Şekil. İki eksenli çizgi grafiği. Aylık ve yıllık olarak sıcaklık aralıklarının görülme saatleri (N_{bin})

Örneğin: 7.5 °C sıcaklık bir yıl içinde yaklaşık 1000 saat görülebilir. Aralık ayı için -1.5 °C yaklaşık 65 saat gözükür. Şubat ayında 19.5 ve üstü sıcaklık görülmemiştir.

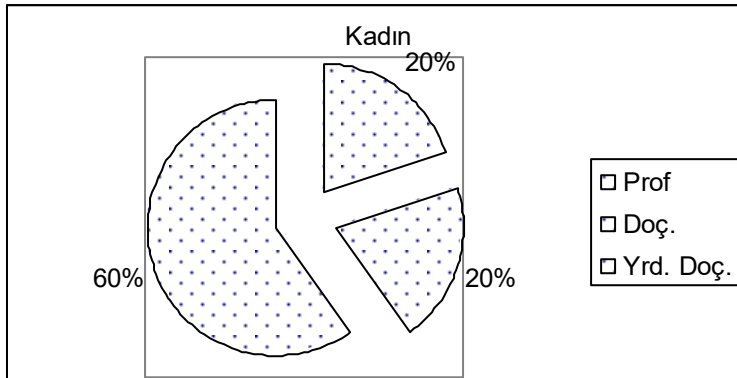


Şekil 2. Gaziantep ili için yıllık toplam bin değerlerinin yığılmalı (kümülatif) değişimi.

Gaziantep'te dış sıcaklık, yılda 16.5 °C ve altı toplamda 5256 saat görülebilir. Sıcaklığın 28.5 °C ve üstü olduğu diğer ikinci eksen den 876 olarak okunabilir.

Yukarıdaki grafikler dışında bölünmüş daire grafikler, pasta grafikler ve özel amaç için çizilen grafikler var. Piramit grafikleri gibi. Grafik programlarında çeşitler çok. (Excel'den bakılabilir).

Sütun Grafikleri



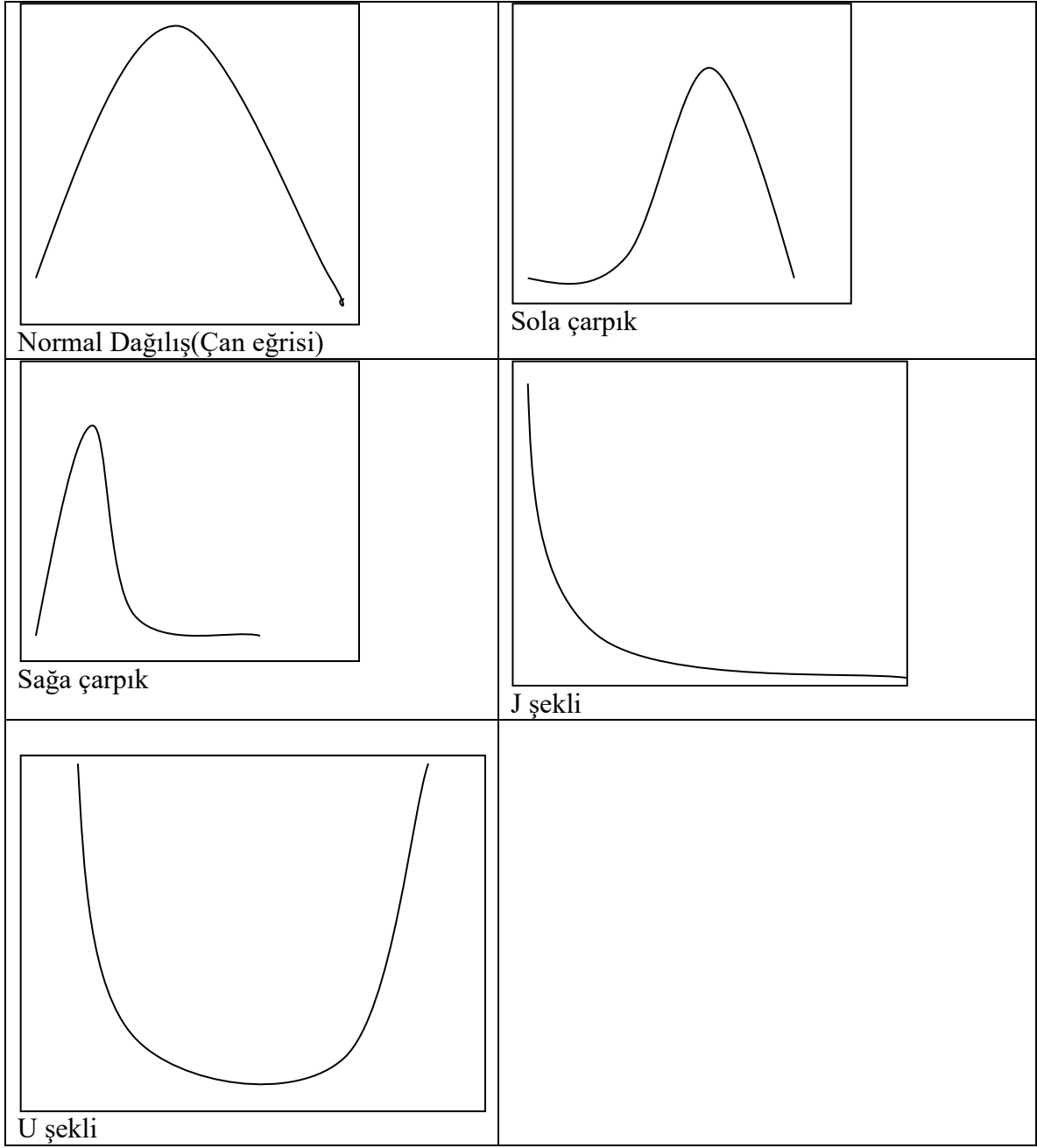
Pasta grafiği: Kadınların akademik unvanları

Frekans eğrilerinin Tipleri.

1- Frekans eğrisini çizmekte esas amaç örneği aldığımız populasyonun gösterdiği dağılış hakkında bilgi edinmektir. Dağılış şeklinin bilinmesi uygulanacak istatistik yöntemlerinin seçiminde yardımcı olur.

Farklı dağılış şekilleri vardır.

- 1- Simetrik şeklinde normal dağılış (Çan eğrisi), 2- Sağa çarpık
- 3- Sola çarpık, 4- J şekli, 5- U şekli



Şekil. Çeşitli dağılış şekilleri.



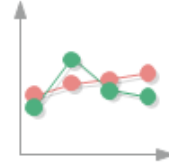
Pie



Bar



Column



Line



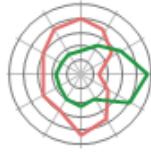
Area



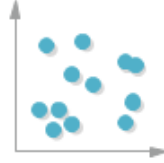
Doughnut



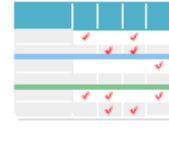
Bubble Chart



Spider and Radar



Scatter



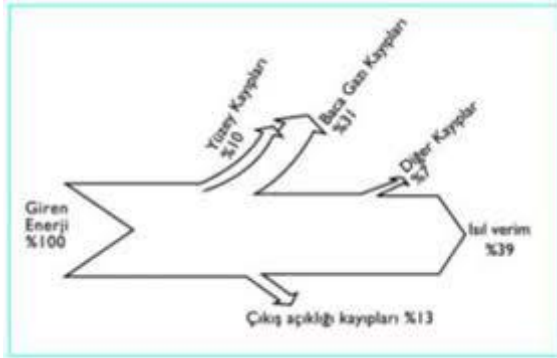
Comparison Chart



Stacked bar chart



Gauges



Sankey Diyagramı



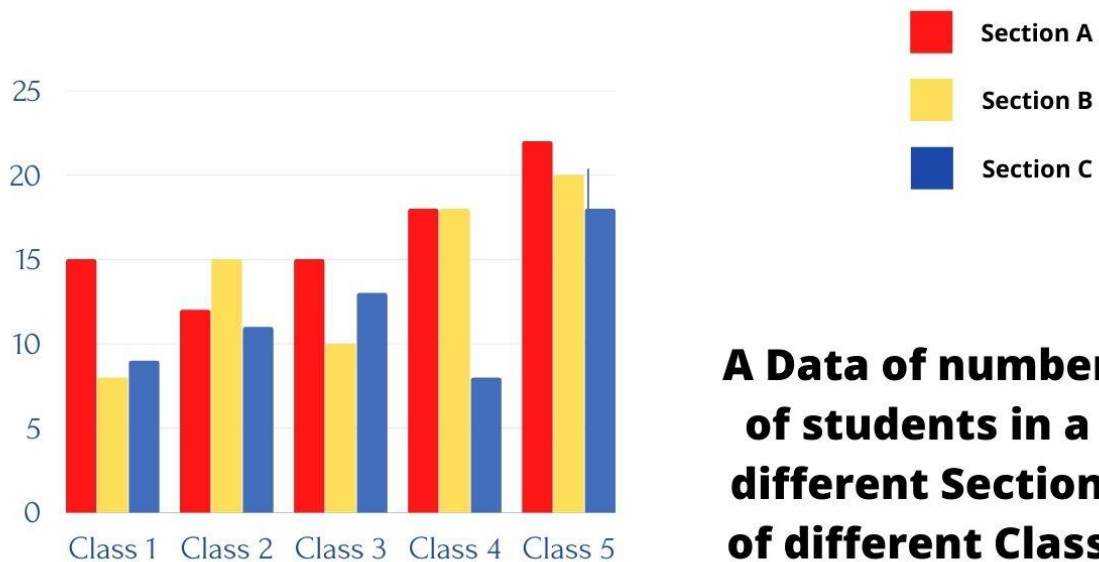
Best Types of Charts and Graphs for Data Visualization

THE UNSPOKEN PITCH

INSIGHTS

pie chart, venn diagram, concentric diagram, circular chart, bubble chart, bubble race chart, line chart, area chart, scatter plot, sunburst chart, fan chart, windrose chart, bar chart, tape diagram, gantt diagram, tree map, grid, periodic table, arc diagram, sankey chart, chord chart, radar chart, polar grid, spiral graph, timeline, flow chart, binary tree, mind map, decision tree, block scheme

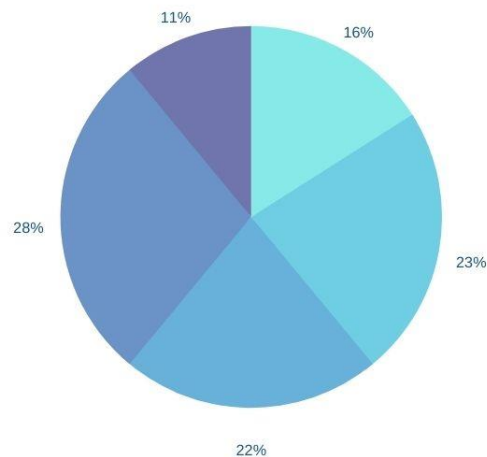
THE UNSPOKEN PITCH



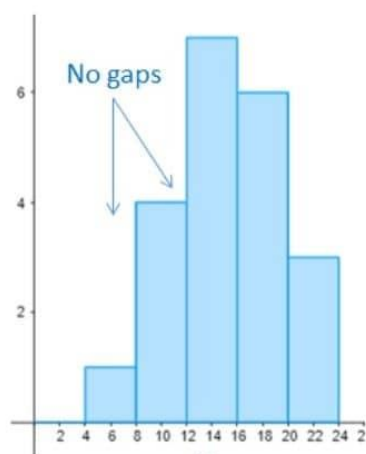
Website Visits

Site Traffic Sources

- ORGANIC
- SEARCH ENGINE
- EMAIL MARKETING
- SOCIAL MEDIA
- REFERRAL LINK



Histogram Vs Bar Graph



Grafik Çiziminde dikkat edilecek hususlar.

1-Eksenler orantılı olmalı

2- eksenlerdeki değer ve birimler yazılmalı

3- Grafiğin başlığı şeklin altına yazılması.

4- grafik sade olmalı, içindeki ve eksen yazıları okunabilecek şekilde olmalı, orantılara dikkat edilmelidir.

Merkezsiz Eğilim (Yer) Ölçüleri:

Verilerin frekans tabloları ve grafiklerle özetlenmesi dışında daha tipik ölçülere ihtiyaç vardır. Verilerin merkezileştiği değerleri belirten, onların konumu hakkında bilgi veren ölçülere yer ölçüleri denir. Başka bir ifade ile dağılışın merkezini belirleyen veya karakterize eden ölçülere denir. Bu ölçüler yardımıyla dağılışın merkezinin bulunduğu nokta kantatif olarak belirlenebilir.

Yer ölçüleri ikiye ayrılır.

1- Serinin bütün elemanlarını işleme katan yer ölçüleri. Bu grup ölçüler, aritmetik, geometrik, harmonik ve kareli ortalamalardır. Bunlara analitik veya parametrik yer ölçüleri denir. BU yer ölçüleri serideki tek bir rakamın değişmesinden doğrudan etkilenirler.

2- Serinin bazı elemanlarını işleme katan yer ölçüleri: bu ikinci grup ölçüler medyan ve mod olup, bunlara analitik olmayan veya parametrik olmayan yer ölçüleri denir. Bu gruptaki yer ölçüleri, serideki her bir değerden doğrudan etkilenmezler.

1- Aritmetik Ortalama

Bir istatistik serisinde yer alan tüm elemanların hesaba katılmasıyla elde edilen aritmetik ortalama en çok kullanılan bir yer ölçüsüdür. Kısaca ortalama olarak da adlandırılır. Herhangi bir örneğin tüm değerlerinin toplamını, toplam birim sayına bölerek aritmetik ortalama elde edilir.

a- Örnek basit bir seri ise yani $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ gibi ise;

aritmetik ortalama $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ olarak hesaplanır.

b- Frekans tablosunun aritmetik ortalaması; yani $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ karşılık $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ frekansları varsa;

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Örnek: Beş öğrencinin matematik dersinden aldığı notlar 70, 65, 45, 80 ve 75 olduğuna göre bu grubun matematikten aldıkları notun aritmetik ortalamasını hesaplayınız.

Çözüm:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{70 + 65 + 45 + 80 + 75}{5} = \frac{335}{5} = 67$$

Örnek: Bir belde de yaşayan insanların yaş gruplarına göre frekans tablosu aşağıda verildiğine göre, bu beldenin ortalama yaşını bulunuz.

AL	ÜL	Sınıf Değeri, x_i	Frekans, f_i	$f_i x_i$
0	9	4.5	100	450
10	19	14.5	180	2610
20	29	24.5	160	3920
30	39	34.5	120	4140
40	49	44.5	100	4450
50	59	54.5	60	3270
60	69	64.5	40	2580
70	79	74.5	10	745
			$\sum f = 770$	$\sum fx = 22165$

$$\bar{x} = \frac{22165}{770} = 28.79$$

2- Tartılı Ortalama

Bir seride değerler arasında önem derecesi bakımından farklılıklar varsa tartılı aritmetik ortalama hesaplanır. Bir örnekte $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ karşılık $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ tartı değerleri varsa;

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^n x_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \text{ olarak hesaplanır.}$$

Örnek: Bir öğrencinin bir yarıyıl boyunca aldığı dersler ve haftalık saati ve notları aşağıdaki tabloda verildiğine göre öğrencinin not ortalamasını hesaplayınız.

Ders	Ders saati	Not	
Ders	t_i	x_i	$x_i t_i$
Matematik	4	70	280
Kimya	3	60	180
Fizik	3	80	240
İstatistik	2	82	164
	12	292	864

$$\bar{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^n x_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i} = \frac{864}{12} = 72$$

3- Geometrik Ortalama

Geometrik ortalama, eşit zaman aralığı ile değişen oranların ortalamalarının hesaplanmasının yanında, bakteri üremesi, nüfus artışı, faiz gibi geometrik dizi ile artan olayların ortalama artış hızlarını hesaplamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Örnekteki aşırı değerlerden aritmetik ortalama kadar etkilenmemesi, geometrik ortalamanın önemli bir avantajıdır.

$$P_2 = P_0(1+r)^n$$

n: yıl, r oran, P_0 : ilk

Geometrik ortalama, herhangi bir örneği meydana getiren gözlem değerlerinin çarpımlarının toplam gözlem sayısının köküdür. Yani n tane birim varsa bunlar çarpılıp toplanır ve bu değer n. Dereceden kökü geometrik ortalamayı verir.

$$GO = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \text{Anti log} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \log x_i}{n} \right)$$

$$y = \text{Antilog}(x) \text{ ise } x = 10^y$$

$$y = 10^x$$

Örnek: $x_i = \{1, 2, 8, 5, 7\}$ serisinin geometrik ortalamasını hesaplayınız.

$$\text{Çözüm: } n=5, GO = \sqrt[5]{1 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 7} = \sqrt[5]{560} = 3.55$$

$$\bar{x} = \frac{23}{5} = 4.6$$

Örnek: Toplam eşya fiyatları ilk yıldan ikinci yıla %30, ikinci yıldan üçüncü yıla %45 artış kaydetmiş ise 2 yıl içinde ortalama yıllık artış ne olmuştur.?

Çözüm: 1. yıl 100, 2. yıl 130, 3. yıl 188.5 fiyatları var.

N=2

$$GO = \sqrt{1.30 \cdot 1.45} = 1.373 \text{ (yani ortalama \%37.3 artış olmuştur).}$$

Birleşik faiz formülü:

$$P_n = P_0(1+r)^n$$

n: yıl sayısı, P_n : n yılı sonundaki para (sermaye), P_0 : ilk (başlangıç) sermayesi, r: artış hızı (faiz oranı)

Örnek: Grip salgını başlayan bir dönemde kliniğe gelen hasta sayısı 20 iken 5 gün sonra günde 400 hasta gelmiştir. Grip hastalığının yayılma(artış) hızını hesaplayınız.

$$P_n = P_0(1+r)^n = 400 = 20(1+r)^5 \Rightarrow r = 0.82(\%82)$$

Örnek: Isı transferinde Küre Yüzey alanı $A_{ort} = G.O = (A_{iç} \cdot A_{dış})^{0.5}$

Örnek: Kademeli sıkıştırmada en az enerji tüketimi için ara kademe basıncı

$$P_x = (P_{ilk} \cdot P_{son})^{0.5}$$

F

Frekanslı serilerde geometrik ortalama:

$$GO = \text{Anti log} \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i \log x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \right)$$

burada x sınıf değeri veya serideki değerin mutlak değeridir.

Örnek: aşağıdaki tablonun geometrik ortalamasını hesaplayınız.

x	f	log x	f log x
50	10	1.70	16.99
60	8	1.78	14.23
70	6	1.85	11.07
80	4	1.90	7.61
100	2	2.00	4
$\Sigma=30$			$\Sigma=53.90$

$$GO = 10^{(53.90/30)} = 10^{1.8} = 62.60$$

Tartılı geometrik ortalama:

Basit serilerde;

$$GO = \text{Anti log} \left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i \log x_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \right)$$

Frekanslı serilerde;

$$GO = \text{Anti log} \left(\frac{\sum_{i=1}^n f_i t_i \log x_i}{\sum_{i=1}^n f_i t_i} \right)$$

4- Harmonik Ortalama:

Harmonik ortalama genellikle paranın satın alma gücüyle ilgili ortalama fiyat problemlerinde, indekslerin hesaplanmasında veya hızla ilgili fizik problemlerinde kullanılır. Bir örneğe ait gözlemlerden biri sıfır olduğunda zaman, Harmonik ortalama hesaplanamaz. Gözlemlerden bir veya bir kaç ters işaretli ise yine hesaplanmaz.

Basit serilerde;

$$HO = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

Frekanslı serilerde

$$HO = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{x_i}}$$

Örnek: Bir şehirde fasulyenin kilosu birbirini izleyen 4 yılda 220, 260, 350 ve 420 lira olmuştur. Buna göre fasulyenin ortalama fiyatını hesaplayınız.

$$HO = \frac{4}{\frac{1}{220} + \frac{1}{260} + \frac{1}{350} + \frac{1}{420}} = 293.5 \text{ lira}$$

5- Kareli Ortalama:

Bu ortalama, aritmetik, geometrik ve harmonik ortalamaların hesaplanmadığı durumlarda kullanılır. Kareli ortalama, serideki değerlerinin karelerinin toplamının serideki eleman sayısına bölünüp karekökünün alınması ile hesaplanır.

Basit serilerde;

$$KO = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

Frekanslı serilerde

$$KO = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

Örnek:

Sınıf	Sınıf değeri, x	f	x ²	fx ²
4-6	5	15	25	375
6-8	7	10	49	490
8-10	9	5	81	405
		30		1270

$$KO = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^n f_i}} = \sqrt{\frac{1270}{30}} = 6.51$$

Ortalamalar arasındaki ilişkiler:

Aynı istatistik serisinde hiçbirinin sıfır veya negatif olmaması halinde;

$$HO < GO < AO < KO$$

Örnek: $x_i = \{1, 3, 4, 5, 7, 10\}$

$$AO = \bar{x} = 30/6 = 5$$

$$GO = 4.02$$

$$HO = 2.997$$

$$KO = 5.774$$

CÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

HARMONİK ORTALAMA

Örnek: Bir ilkokulda 5. Sınıf öğrencilerinin okuma hızlarını ölçmek için yapılan araştırmada alınan sonuçlar şöyledir. Buna göre öğrencilerin ortalama okuma hızını harmonik ortalama ile bulunuz.

1 dakikada okunan 1 kelime sayısı (X_i)	$\frac{1}{X_i}$
60	0,0166
68	0,0147
72	0,0139
75	0,0133
80	0,0125
Toplam	0,0710

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{X_i}} = \frac{5}{0,071} \cong 70.42 \text{ kelime/dakika}$$

KARELİ ORTALAMA (K)

Örnek: Bir şehirdeki konutlarda elektrik enerjisi tüketimi üzerine yapılan araştırmada, 200 konut rasgele seçilmiş ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Aylık elektrik tüketimi (Kwh)	Konut sayısı (f_i)	m_i	$f_i m_i$
0-60	10	30	9000
60- 100	20	80	128000
100 - 120	40	110	484000
120 - 140	50	130	845000
140 - 180	45	160	1152000
180 - 250	35	215	1617875
Toplam	200		4235875

$$K = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i m_i^2}{\sum_{i=1}^k f_i m_i}} = \sqrt{\frac{4235875}{200}} \rightarrow K \cong 145,53 \text{ Kwh/ay}$$

GRUPLANMIŞ SERİDE MODUN BULUNMASI

Örnek: Bir ilköğretim okulunda öğrencilerin günlük olarak aldıkları harçlıkların dağılımı aşağıda verilmiştir. Öğrencilerin aldıkları günlük harçlık miktarının ortalamasını mod ile belirleyiniz.

Harçlık (103)TL/gün	Öğrenci Sayısı	$l_1 = 1000$ $\Delta_1 = 100 - 50 = 50$ $\rightarrow \text{Mod sınıfı } \Delta_2 = 100 - 70 = 30$ $s = 500$
0 - 500	30	
500 - 1000	50	
1000 - 1500	100	
1500 - 2000	70	
2000 - 2500	20	

$$\text{Mod} = l_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot s \rightarrow \text{Mod} = 1000 + \frac{50}{50 + 30} \cdot 500 \rightarrow \text{Mod} = 1312,5 \rightarrow \text{Mod} = 1312500 \text{ TL/gün}$$

MEDYAN (ORTANCA)

Örnek: $X_i: 15, 8, 12, 23, 45, 32, 5, 18, 16, 28, 39, 51$

Yukarıdaki serinin medyanını bulunuz.

Önce seri büyüklük sırasına göre dizilir

$X_i : 5, 8, 12, 15, 16, 18, 23, 28, 32, 39, 45, 51$

$$\frac{N+1}{2} = \frac{12+1}{2} = 6.5. \text{ sıradaki medyandır.}$$

Bu değer 18-23 arasında olduğundan

$$\text{Medyan} = \frac{18+23}{2} \rightarrow \text{Medyan} = 20.5 \text{ olarak bulunur.}$$

GRUPLANMIŞ SERİDE MEDYANIN HESAPLANMASI

Örnek: Bir işletmede işçilere ödenen saat ücretlerinin dağılımı aşağıda verilmiştir. Bu verilere göre medyan saat ücretini hesaplayınız.

Saat ücreti (Bin TL)	İşçi sayısı	İşçi sayısı
500 – 600	10	600 den az 10 l1=700
600 – 700	50	700 den az 60 N/2=150/2=75
700 – 800←Medyan sınıfı	40←	800 den az← 90← $\sum N_i = 60$
800 – 1000	30	Nm=40
1000 – 1500	20	Sm= 800-700 = 100
Toplam	150	

$\frac{N}{2} = \frac{150}{2} = 75$. Değer medyan dır. Bu değer 800-1000 ücret sınıfında yer almaktadır.

$$\text{Medyan} = l_1 + \frac{\frac{N}{2} - \sum_{i=1}^{m-1} N_i}{N_m} \cdot s_m \rightarrow \text{Medyan} = 700 + \frac{75 - 60}{40} \cdot 100 \rightarrow \text{Medyan} = 737.5 \text{ TL/saat}$$

Gruplanmış Seride Kartil, Desil ve Santillerin Hesaplanması

Örnek: Bir lisede ÖSYS sınavına giren öğrencilerin puanlarının dağılımı aşağıda verilmiştir.

Bu verilere göre;

Puanlar	Öğrenci sayısı	Küm. Frekans $\sum f_i$
180 – 220	20	20
220 – 240	30	50
240 – 260	40	90
260 – 290	25	115
290 – 350	20	135

- Q_3 ü
- D_2 'yi
- C_{65} 'i bulunuz
- Puanı en düşük olan 29. Öğrencinin puanını tahmin ediniz
- Puanı en fazla olan 32. Öğrencinin puanını tahmin ediniz
- 273'den az puan alan öğrenci sayısını tahmin ediniz
- 287'den fazla puan alan öğrenci sayısını tahmin ediniz
- En yüksek puana sahip %28'lik öğrenci grubunun en düşük puanını tahmin ediniz
- Kartil desil ve santilleri grafikte gösteriniz

ÇÖZÜM:

- Q_3 'ü bulunuz.

$$Q_3\text{'ün sıra değeri } \frac{Nh}{r} = \frac{135-3}{4} = 101.25 \text{ olup bu değer 260 – 290 sınıfındadır.}$$

$$Q_3 = l_1 + \frac{\frac{Nh}{r} - \sum_{i=1}^{m-1} N_i}{N_m} \cdot s_m \rightarrow Q_3 = 260 + \frac{101,25 - 90}{25} \cdot 30 \rightarrow Q_3 = 273,5 \text{ puan}$$

b) D_2 'yi bulunuz.

$$D_2 \text{ değeri } \frac{135 \cdot 2}{10} = 27. \text{ değer olup } 220 - 240 \text{ sınıfındadır.}$$

$$D_2 = 220 + \frac{27 - 20}{30} \cdot 20 \rightarrow D_2 = 224,67 \text{ puan}$$

c) C_{65} değeri $\frac{135 \cdot 65}{100} = 87,75$ olup, 240-260 sınıfındadır.

$$C_{65} = 240 + \frac{87,75 - 50}{40} \cdot 20 \rightarrow C_{65} = 258,875 \text{ puan}$$

d) Puanı en düşük olan 29. Öğrencinin puanını tahmin ediniz.

Puanı en düşük 29. öğrenci serideki değerler küçükten büyüğe sıralandığında 29. sırada olan öğrenci

demektir. Yani $\frac{Nh}{r} = 29$ demektir. Bu değer 220 - 240 sınıfındadır.

$$29. \text{ öğrencinin puanı} = 220 + \frac{29 - 20}{30} \cdot 20 = 226 \text{ puan}$$

e) Puanı en fazla olan 32. Öğrencinin puanını tahmin ediniz.

Puanı en fazla olan 32. öğrenci; puanı en az olan 135-31=104. öğrenci demektir. O halde $\frac{Nh}{r} = 104$ olup bu değer 260 - 290 sınıfındadır.

$$\text{Puanı en fazla olan 32 öğrenci puanı} = 260 + \frac{103 - 90}{25} \cdot 30 = 275,6 \text{ puandır.}$$

f) 273'den az puan alan öğrenci sayısını tahmin ediniz

$$273 = 260 + \frac{\frac{Nh}{r} - 90}{25} \cdot 30 \rightarrow \frac{Nh}{r} = 100,83 \cong 101 \text{ öğrenci } 273 \text{ puandan daha az puan almıştır.}$$

g) 287'den fazla puan alan öğrenci sayısını tahmin ediniz

$$287 = 260 + \frac{\frac{Nh}{r} - 90}{25} \cdot 30 \rightarrow \frac{Nh}{r} = 112,5 \cong 113 \text{ öğrenci } 287 \text{ den fazla puan almıştır.}$$

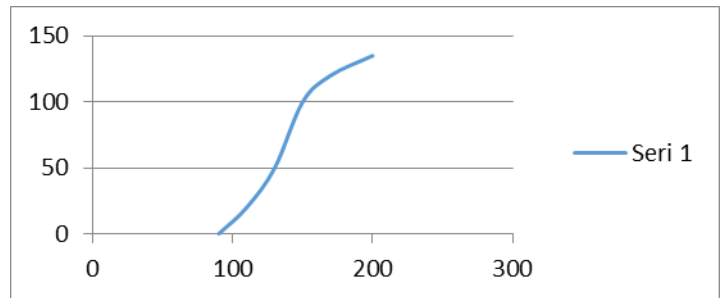
287 den daha fazla puan aln öğrenci sayısı 135-113=22 öğrencidir.

h) En yüksek puana sahip %28'lik öğrenci grubunun en düşük puanını tahmin ediniz

$$\frac{Nh}{r} = \frac{135 \cdot 72}{100} = 97,2. \text{ Öğrencinin puanı sorulmaktadır.}$$

$$X = 260 + \frac{97,2 - 90}{25} \cdot 30 \rightarrow X = 268,64 \text{ Puan}$$

	f_i
90	0
110	20
130	50
150	100
170	120
200	135



Aritmetik Ortalama

Örnek 1: Bir işletmede aynı parçayı üreten işçilerin bu parçayı üretim sürelerinin dağılımı aşağıdaki gibi gözlenmiştir. Parça üretim süresinin aritmetik ortalamasını bulunuz.

Parça üretim süresi (dakika) (X_i)	İşçi sayısı (f_i)	$f_i X_i$
12	2	24
13	4	52
14	7	98
15	6	90

16	1	16
Toplam	$\sum f_i = 20$	$\sum f_i x_i = 280$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i}{\sum_{i=1}^5 f_i} = \frac{280}{20} = 14 \text{ dak/parça}$$

Geometrik Ortalama(G)

Örnek: Bir işletmede aynı parçayı üreten 5 işçinin belli bir günde ürettikleri kusurlu parça sayıları aşağıda verilmiştir. Bu işletmede kusurlu parça üretiminin geometrik ortalamasını bulunuz.

Kusurlu parça sayısı (X _i)	logX _i
3	0.477
5	0.699
8	0.903
15	1.176
30	1.477
	$\sum \log X_i = 4.732$

$$1) G = \sqrt[N]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot \dots \cdot X_N} = \sqrt[5]{3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 15 \cdot 30} = \sqrt[5]{54000} \rightarrow G = 8,84 \text{ parça}$$

$$2) G = \sqrt[N]{\sum_{i=1}^N \log X_i} = \frac{4.732}{5} = \log G = 0.9464 \rightarrow G = 10^{0.964} \rightarrow G = 8,84 \text{ parça}$$

Standart Sapma

Örnek: Bir liseden mezun olan ve ÖSS sınavına giren öğrencilerin puanlarının dağılımı aşağıda verilmiştir. Buna göre öğrenci puanlarının standart sapmasını bulunuz.

ÖSS Puanları	Öğ r.Sayısı	m _i	f _i .m _i	f _i m _i ²
90-110	10	100	1000	100000
110-130	30	120	3600	432000
130-150	50	140	7000	980000
150-170	30	160	4800	768000
170-190	20	180	3600	648000
190-210	10	200	2000	400000
	150		22000	3328000

$$\bar{X} = \frac{22000}{150} = 146,67 \text{ puan } K = \sqrt{\frac{3328000}{150}} = 148,95 \text{ puan } \sigma = \sqrt{K^2 - \bar{X}^2} = 25,97 \text{ puan}$$

Kartiller Arası Farklar ile Hesaplanan Asimetri Ölçüleri

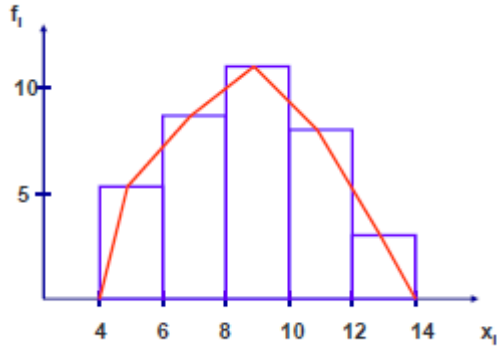
Örnek: Aşağıda verilen gruplandırılmış serinin simetrik olup olmadığını

- Grafiğini çizerek,
- Mod, medyan ve aritmetik ortalamasını karşılaştırarak,
- Pearson katsayılarını ve Bowley asimetri ölçüsünü hesaplayarak inceleyiniz

Sınıflar	f _i	Artan Birikimli Frekanslar	X _i	f _i X _i	f _i X _i ²
4-6	5	5	5	25	125
6-8	8	13	7	56	392
8-10	12	25	9	108	972
10-12	7	32	11	77	847

12-14	3	35	13	39	507
	35			305	2843

a)



$$b) M_o = I_o + \frac{v_1}{v_1 + v_2} \cdot c = 8 + \frac{4}{4+5} \cdot 2 = 8,88$$

$$M_e = I_o + \frac{\frac{n}{2} - \sum_{i=1}^{k-1} f_i}{f_m} \cdot c \cdot \frac{n}{2} = \frac{35}{2} = 17,5$$

$$M_e = 8 + \frac{17,5-13}{12} \cdot 2 = 8,75 \quad \bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i} = \frac{305}{35} = 8,71$$

$\bar{X} < M_e < M_o$ olduğunda seri sola asimetriktir

c)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{2843}{35} - (8,71)^2} = 2,31$$

$$\alpha_1 = \frac{\bar{X} - M_o}{\sigma} = \frac{8,71 - 8,88}{2,31} = -0,07$$

$$\alpha_2 = \frac{3(\bar{X} - M_e)}{\sigma} = \frac{3(8,71 - 8,75)}{2,31} = -0,05$$

$\alpha_1 < 0 \quad \alpha_2 < 0$ olduğundan seri sola simetriktir.

$$Q_{hir} = I_a + \frac{\frac{n}{2} - \sum_{i=1}^{k-1} f_i}{f_b} \cdot c \quad \frac{n}{4} = \frac{35}{4} = 8,75, \quad \frac{3n}{4} = \frac{3(35)}{4} = 26,25$$

$$Q_1 = 6 + \frac{8,75-5}{8} \cdot 2 = 6,93 \quad Q_1 = M_e = 8,75 \quad Q_1 = 10 + \frac{26,25-25}{7} \cdot 2 = 10,35$$

$$A_s = \frac{(Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)}{(Q_3 - Q_2) + (Q_2 - Q_1)} = \frac{(10,35 - 8,75) - (8,75 - 6,93)}{(10,35 - 8,75) + (8,75 - 6,93)} = -0,06$$

Sonuç negatif olduğundan seri sola asimetriktir. Ancak asimetri katsayısının değeri sıfıra yakın olduğundan seri simetrik kabul edilebilir.

Bayes Teoremi

Örnek 4.5.1: İki kavanozdan birincisinde 4 siyah ve 6 kırmızı top, ikincisinde 3 siyah ve 2 kırmızı top vardır. Rasgele bir kavanoz seçer ve seçilen kavanozdan yine rasgele bir top çekersek;

a) Siyah bir top çekilmiş olma olasılığı nedir?

b) Siyah topun çekildiği bilindiğinde birinci kavanozun seçilmiş olma olasılığı nedir?

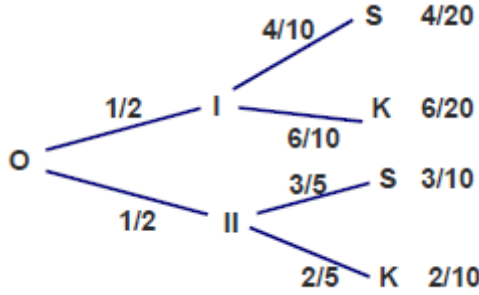
Çözüm

A: I. kavanozun seçilmesi

B: II. kavanozun seçilmesi
E: Siyah topun çekilmesi

a) $P(\text{Siyah})=P(\text{I. kavanoz ve siyah})+P(\text{II. kavanoz ve siyah})$ O halde

$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E)$ veya $P(E) = P(A).P(E / A) + P(B).P(E / B)$ dir.



$$P(E) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$$

b) $P(\text{Kavanoz I/Siyah})=P(\text{Kavanoz I ve siyah})/P(\text{Siyah})$

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{4/20}{10/20} = \frac{4}{10}$$

Frekans

Tablodaki verilerin frekans tablosunu oluşturunuz?

20	25	28	28	30	35	38	45	45	45
50	55	55	58	58	58	62	62	63	65
67	67	67	67	70	70	75	76	76	77
80	80	80	85	86	86	90	94	94	95

Sınıf sayısı, $SS=1+3.32 \cdot \log(40)=6.3 \Rightarrow 6$ sınıf

Değişim genişliği, $DG= X_{\max}-X_{\min}= 95-20=75$

Sınıf Aralığı, $SA=DG/SS=75/6=12.5 \Rightarrow 13$

Alt limit, 1. sınıf için $AL=19$, $ÜL=31$. sınıf için $AL= 19+13=32$, $ÜL=44$

Sınıf No	Sınıf		Sınıf		SD	Frekans	NF	Yüzde NF, %	ENF	EF
	AL	ÜL	AS	ÜS						
1	19	31	18.5	31.5	25	5	5/40	12.5	12.5	5
2	32	44	31.5	44.5	38	2	2/40	5	17.5	7
3	45	57	44.5	57.5	51	6	6/40	15	32.5	13
4	58	70	57.5	70.5	64	13	13/40	32.5	65	26
5	71	83	70.5	83.5	77	7	7/40	17.5	82.5	33
6	84	96	83.5	96.5	90	7	7/40	17.5	100	40
						$\sum_{i=1}^n f_n = 40$	$\Sigma=1$	$\Sigma=100$		

Z tablosu

Bir şişeleme makinası ortalama olarak 32 ml sodayı 0.02 ml standart sapmayla dolduracak şekilde ayarlanmıştır. Dolum miktarının normal bir dağılım gösterdiğini varsayarsak, rastgele

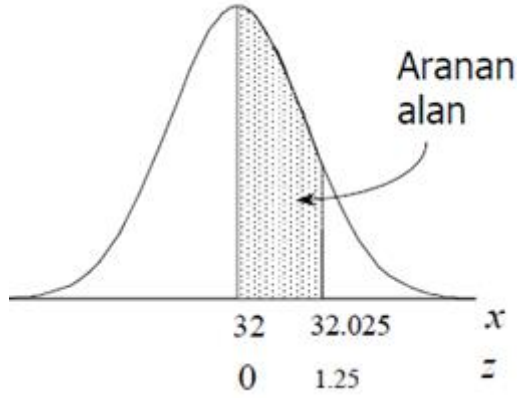
seçtiğimiz bir şişenin 32-32.025 ml arasında soda içirme olasılığı nedir?

Çözüm

$$x = 32; z = \frac{32 - \mu}{\sigma} = \frac{32 - 32}{0.02} = 0$$

$$x = 32.025; z = \frac{32.025 - \mu}{\sigma} = \frac{32.025 - 32}{0.02} = 1.25$$

Z tablosunda aranan alan 0.3944

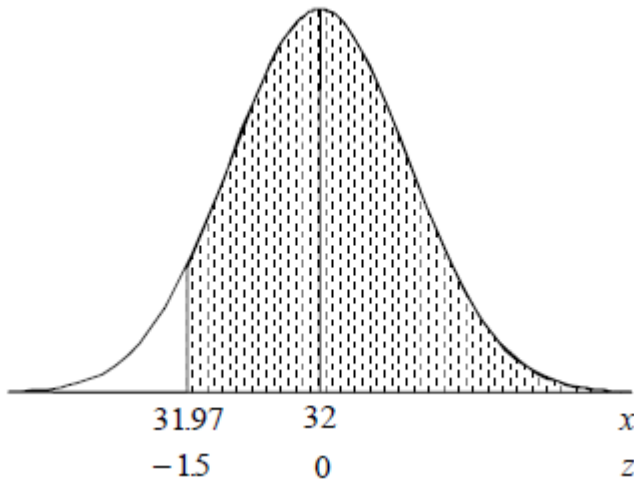


$$P(32 < x < 32.025) = P\left(\frac{32 - 32}{0.02} < \frac{x - 32}{0.02} < \frac{32.025 - 32}{0.02}\right)$$
$$= P(0 < z < 1.25) = 0.3944$$

Rastgele seçtiğimiz bir şişenin 31.97 ml den fazla soda içirme olasılığı nedir?

$$P(x > 31.97) = P\left(\frac{x - 32}{0.02} > \frac{31.97 - 32}{0.02}\right) = P(z > -1.5) = 0.5000 + 0.4332 = 0.9332$$

Z tablosundan $0.4332 + 0.5000 = 0.9332$



Standard Normal (z) Dağılım Tablosu

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

Frekans

Tablodaki verilerin frekans tablosunu oluşturunuz?

35	38	43	43	50	52	54	58	60	64
66	66	66	66	69	69	69	69	70	70
72	72	72	72	72	72	75	77	79	80
82	85	85	85	86	86	92	94	94	98

Sınıf sayısı, $SS=1+3.32*\log(40)=6.3 \Rightarrow 6$ sınıf

Değişim genişliği, $DG= X_{\max}-X_{\min}= 98-35=63$

Sınıf Aralığı, $SA=DG/SS=63/6=10.5 \Rightarrow 11$

Alt limit, 1. sınıf için $AL=34$, ÜL=44. sınıf için $AL= 34+11=45$, ÜL=55

Sınıf No	Sınıf		Sınıf		SD	Frekans	NF	Yüzde NF, %	ENF	EF
	AL	ÜL	AS	ÜS						
1	34	44	33.5	44.5	39	4	4/40	10	10	4
2	45	55	44.5	55.5	50	3	3/40	7.5	17.5	7
3	56	66	55.5	66.5	61	7	7/40	17.5	35	14
4	67	77	66.5	77.5	72	14	14/40	35	70	28
5	78	88	77.5	88.5	83	8	8/40	20.0	90	36
6	89	99	88.5	99.5	94	4	4/40	10	100	40
						$\sum_{i=1}^n f_n = 40$	$\Sigma=1$	$\Sigma=100$		

Ortalamalar:

Aritmetik Ortalama

6,14,17,20,43 sayılarının aritmetik ortalaması nedir?

$$Ar.O.= \frac{6+14+17+20+43}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

20 kişilik bir sınıfta istatistik dersinden geçen öğrencilerin notu řu şekilde sıralanmaktadır: 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10,10, 10, 10 Bu sınıfın istatistik dersinin aritmetik ortalaması nedir?

$$Ar.O.= \frac{(5*5)+(6*3)+(2*7)+(3*8)+(3*9)+(4*10)}{20} = 7.4$$

Ağırlıklı Ortalama

Bir öğrenci matematik dersinden 6, edebiyat dersinden 7, müzik dersinden 10 ve İngilizce dersinden 9 almıştır. Bu öğrencinin ders ortalaması kaçtır?

Ders kredileri: Matematik:3, edebiyat: 2, müzik:1, İngilizce: 1

$$Ağ. O.= \frac{(6*3)+(7*2)+(10*1)+(9*1)}{3+2+1+1} = \frac{51}{7} = 7.3$$

Geometrik Ortalama

Bir inşaat şirketinin dört projedeki ortalama kâr yüzdeleri 3, 2, 4 ve 6`dır. Bu şirketin ortalama kârı nedir?

$$G.O.= \sqrt[4]{3 * 2 * 4 * 6} = \sqrt[4]{144} = \% 3.46$$

Harmonik Ortalama

İki kasaba arasındaki mesafe gidişte saatte 75 km hızla, dönüşte ise 50 km hızla kat edilmektedir. Bu durumda ortalama hız nedir?

$$H.O = \frac{2}{\frac{1}{75} + \frac{1}{50}} = 60 \text{ km}$$

Kareli Ortalama

Aşağıdaki tabloda yarışmacıların topladıkları puanlar gösterilmiş ve rastgele 100 yarışmacı seçilmiştir. Kareli ortalamasını bulunuz?

Toplanan Puan	Yarışmacı Sayısı f_i	m_i	$f_i \cdot m_i^2$
0-50	5	25	3125
50-100	15	75	84375
100-150	20	125	312500
150-200	35	175	1071875
200-250	25	225	1265625
TOPLAM	100		2737500

$$K = \sqrt{\frac{2737500}{100}} = \sqrt{27375} \Rightarrow K = 165,45$$

Medyan

Bir klinikte pansuman için ödenen miktarlar aşağıdaki gibi sıralanmaktadır: 65, 29, 30, 25, 32, 35 TL. Medyan fiyat nedir?

$$F = \{25, 29, 30, 32, 35, 65\} \Rightarrow \text{Medyan} : (30 + 32) / 2 = 31 \text{ TL}$$

Mod

Aşağıdaki tablonun modunu bulunuz?

X_i	(f_i)
10	1
14	2
14	4
15	2
15	1
15	
15	
16	
16	

$$\text{Mod} = 15$$

Mod seride en çok tekrarlanan değerdir.

Net gelirin aritmetik ortalamasını hesaplayınız?

Net gelir (milyon \$)	İthalatçı sayısı
2-5	1
5-8	4
8-11	10
11-14	3
14-17	2

Net gelir (milyon \$)	İthalatçı sayısı (f)	Sınıf Orta Noktası (x)	fx
2-5	1	3.5	3.5
5-8	4	6.5	26
8-11	10	9.5	95
11-14	3	12.5	37.5
14-17	2	15.5	31
Toplam	20		193

$$\bar{X} = \frac{193}{20} = 9.65$$

Kartil, desil ve santil

X_i : 5, 8, 9, 12, 18, 22, 23, 28, 32, 45, 54, 67, 71, 75, 84 seri değerleri verilmiştir. Bu verilerden hareketle;

- Q_1 'i (1.kartili)
- D_8 'i (8.desili)
- C_{38} 'i (38. santili) bulunuz.

$$S = \frac{N * h}{r} + 0.5$$

N: Serinin toplam gözlem sayısı
h: Q, D veya C nin derecesi
r: Bölen değer olup, Q için 4, D için 10, C için 100 değerini alır.

a) $N=15$ Q_1 'in sıra değeri $S = \frac{N * h}{r} + 0.5 = \frac{15 * 1}{4} + 0.5 = 4.25$

$S=4,25$. sıradaki değer Q_1 'dir. O halde,

$$Q_1 = 0,75 * X_4 + 0,25 * X_5$$

$$Q_1 = 0,75 * 12 + 0,25 * 18$$

$$Q_1 = 13,5$$

b) D_8 'in sıra değeri $S = \frac{15 * 8}{10} + 0.5 = 12.5$

$S = 12.5$ sıradaki değer D_8 'dir.

$$D_8 = 0,5 * X_{12} + 0,5 * X_{13} \Rightarrow D_8 = 0,5 * 67 + 0,5 * 71 \Rightarrow D_8 = 69 \text{ olur.}$$

c) C_{38} 'in sıra değeri $S = \frac{15 \cdot 38}{100} + 0.5 = 6.2$

$S = 6.2$ sıradaki değeri C_{38} 'dir.

$$C_{38} = 0,8 \cdot X_6 + 0,2 \cdot X_7 \Rightarrow C_{38} = 0,8 \cdot 22 + 0,2 \cdot 23 = 22,2$$

Bir sınıfta 12 öğrenci vardır. Her takımda 4 öğrenci olacak şekilde 12 öğrenci A, B, C gibi üç takıma kaç farklı şekilde parçalanır?

$$\left(\frac{12}{4}\right) \left(\frac{8}{4}\right) \left(\frac{4}{4}\right) \frac{1}{3!} = \frac{12!}{4! \cdot 4! \cdot 4!} \cdot \frac{1}{3!} = 5775$$

Bir çantada 4 beyaz 8 siyah top vardır. Bir siyah top çekilmesi olasılığı nedir?

$$P(B) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Cıvata üreten bir fabrikada toplam üretimin % 30'u A, % 30'u B, % 40'ı C makineleri tarafından yapılmaktadır. Bu makinelerin, sırasıyla üretimlerinin % 1, %3 ve %2'si kusurlu cıvatalardır. Bir günlük üretim sonunda bir cıvata seçiliyor ve kusurlu olduğu görülüyor. Bu cıvatanın A makinesi, B makinesi, C makinesinde üretilmiş olma olasılığı nedir?

E: Kusurlu cıvata

A: Cıvata A makinesinde yapıldı

B: Cıvata B makinesinde yapıldı

C: Cıvata C makinesinde yapıldı.

$$P(A)=0.30 \quad P(E/A)=0.01 \quad P(B)=0.30 \quad P(E/B)=0.03 \quad P(C)=0.40 \quad P(E/C)=0.02$$

$$P(A \cap E) = P(A) \cdot P(E / A) = (0.30) \cdot (0.01) = 0.003$$

$$P(B \cap E) = P(B) \cdot P(E / B) = (0.30) \cdot (0.03) = 0.009$$

$$P(C \cap E) = P(C) \cdot P(E / C) = (0.40) \cdot (0.02) = 0.008$$

Bayes teoremini kullanarak

$$\begin{aligned} P(E/A) &= \frac{P(A \cap E)}{P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E)} \\ &= \frac{0.003}{0.003 + 0.009 + 0.008} = \frac{3}{20} \end{aligned}$$

Benzer şekilde

$$P(B/E) = \frac{0.009}{0.020} = \frac{9}{20}$$

$$P(C/E) = \frac{0.008}{0.020} = \frac{8}{20}$$

X_i : 12,15,20,30,50,52,58,70,90 olan bir serinin değişim aralığı bulunuz?

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

$$R = 90-12 = 78$$

Doğru, yanlış şekilde cevap şıkları olan 10 soruya öğrencilerin verdikleri doğru cevap sayılarının dağılımı aşağıda verilmiştir. Bu serinin standart sapmasını ve varyansını bulunuz.

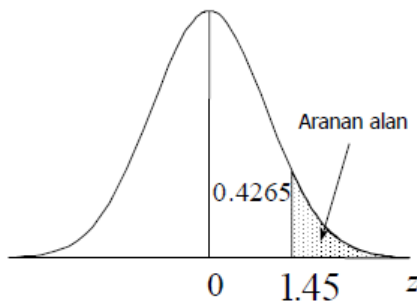
	ÖSS Puanları	Öğrenci Sayısı (fi)	mi	fi*mi	fi*mi ²
	90-110	10	100	1000	100000
	110-130	30	120	3600	432000
	130-150	50	140	7000	980000
	150-170	30	160	4800	768000
	170-190	20	180	3600	648000
	190-210	10	200	2000	400000
TOPLAM		150		22000	3328000

$$\bar{X} = \frac{22000}{150} = 146.67 \quad K^2 = \frac{3328000}{150} = 22186.67$$

$$\sigma^2 = K^2 - \bar{X}^2 = 675.5811$$

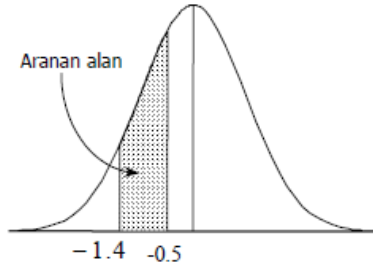
$$\sigma = \sqrt{K^2 - \bar{X}^2} = 25.99$$

Z Tablosu



$$P(z > 1.45) = ?$$

$$P(z > 1.45) = 0.5000 - 0.4265 = 0.0735$$



$$P(-1.4 < z < -0.5) = ?$$

$$P(-1.4 < z < -0.5) = P(0 < z < 1.4) - P(0 < z < 0.5)$$

$$= 0.4192 - 0.1915 = 0.2277$$

Standard Normal (z) Dağılım Tablosu										
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990