

DİNAMİK DERSİ

UYGULAMA ÇÖZÜMLERİ – 4

Çözüm – 1: Konum; $\mathbf{r}$ 'yi $t = 0.75$ sn için değerlendirerek

$$\mathbf{r} = \{0.5\sin(1.5)\mathbf{i} + 0.5\cos(1.5)\mathbf{j} - 0.2(0.75)\mathbf{k}\}$$

$\mathbf{r} = \{0.499\mathbf{i} + 0.035\mathbf{j} - 0.150\mathbf{k}\}$ m buluruz. Orijin noktasından sandığa olan mesafe;

$$r = \sqrt{(0.499)^2 + (0.035)^2 + (0.150)^2}$$

$$r = 0.522 \text{ m'dir.}$$

$\mathbf{r}$ 'nin doğrultusu birim vektörün bileşenleri vasıtasıyla elde edilebilir.

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{0.499}{0.522}\vec{i} + \frac{0.035}{0.522}\vec{j} - \frac{0.150}{0.522}\vec{k} \Rightarrow \vec{e}_r = 0.956\vec{i} + 0.067\vec{j} - 0.287\vec{k} \text{ şu halde doğrultu}$$

kosinüsleri α , β ve γ ;

$$\alpha = \cos^{-1}(0.956) = 17.1^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}(0.067) = 86.2^\circ$$

$$\gamma = \cos^{-1}(-0.287) = 106^\circ \text{ şeklindedir.}$$

Hız; hız vektörü konum denklemi türetilerek elde edilir.

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d}{dt}[0.5\sin(2t)\mathbf{i} + 0.5\cos(2t)\mathbf{j} - 0.2t\mathbf{k}] = \{1\cos(2t)\mathbf{i} - 1\sin(2t)\mathbf{j} - 0.2\mathbf{k}\} \text{ m/sn denklemden}$$

$t = 0.75$ sn yerleştirerek hızın şiddeti için $v = 1.02$ m/sn elde ederiz.

İvme; Sandığın ivmesi,

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \{-2\sin(2t)\mathbf{i} - 2\cos(2t)\mathbf{j}\} \text{ m/sn}^2 \Rightarrow a_{t=0.75 \text{ sn}} = 2 \text{ m/sn}^2$$

Çözüm – 2: P noktasının hızı için $\dot{r} = 3t$, $\dot{\theta} = 4t^2$

olduğuna dikkat ederek, $v_p = \dot{r} + r\dot{\theta} = 3t + 6t^3$ m/sn

elde edilir $t = 1$ sn anında,

$$v_p = 3t\vec{i} + 6t^3\vec{j} \Rightarrow v_p = 3\vec{i} + 6\vec{j} \Rightarrow v_p = \sqrt{(3)^2 + (6)^2}$$

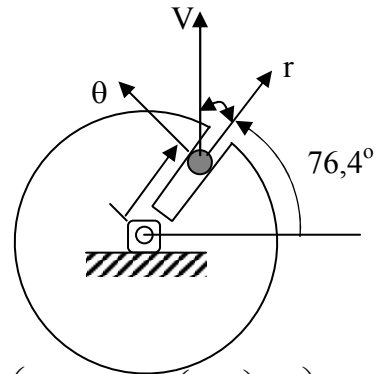
$$v_p = 3\sqrt{5} \text{ m/sn}$$

bulunur. Aynı şekilde ivme için;

$$\mathbf{a}_p = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{i} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{j} \Rightarrow \mathbf{a}_p = \left(3 - \left(\frac{3}{2}t^2\right)(4t^2)^2\right)\vec{i} + \left(2(3t)(4t^2) + \left(\frac{3}{2}t^2\right)(8t)\right)\vec{j}$$

$$\mathbf{a}_p = (3 - 24t^6)\vec{i} + (36t^3)\vec{j} \text{ elde edilir } t = 1 \text{ sn anında,}$$

$$\mathbf{a}_p = -21\vec{i} + 36\vec{j} \Rightarrow a_p = \sqrt{(21)^2 + (36)^2} \Rightarrow a_p = \sqrt{1737} \text{ m/sn}^2$$



Çözüm – 3: Eksen takımı şekil üzerindeki gibi seçilsin. Buna göre;

$$r = \text{sabit}, \quad \dot{r} = 0, \quad \ddot{r} = 0$$

$$\dot{\theta} = K \sin \frac{2\pi}{P} t \Rightarrow \ddot{\theta} = K \frac{2\pi}{P} \cos \frac{2\pi}{P} t \text{ değerlerini kullanarak ivme ve şiddeti için sırasıyla,}$$

$$a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{e}_\theta + \ddot{z}\vec{e}_z \Rightarrow a = -r\left(K \sin \frac{2\pi}{P} t\right)^2 \vec{e}_r + r\left(K \frac{2\pi}{P} \cos \frac{2\pi}{P} t\right)\vec{e}_\theta + 0$$

$$a = rK\sqrt{K^2 \sin^2 \frac{2\pi}{P} t + \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 \cos^2 \frac{2\pi}{P} t}$$

elde edilir.

Çözüm – 4: Verilen anda hareketli takımı O'ya bağlayıp sabit eksen takımıyla üst üste seçmek uygundur.

Hareketli takımın hareketi;

$$v = \omega \times r \Rightarrow v_R = w \vec{k} \times (r_1 \vec{i}) = w r_1 \vec{j} \quad a_R = \alpha \times r_1 - w^2 r_1 = 0 - w^2 r_1 \vec{i} \Rightarrow a_R = -w^2 r_1 \vec{i}$$

$$\Omega = w = w \vec{k} \quad \dot{\Omega} = \alpha = 0 \quad u = w \times r_2$$

Hareketli takıma göre P'nin hareketi (B'de iken);

$$v_{P/O} = -u \vec{j} \quad a_{P/O} = \alpha \times r_{P/R} - w^2 r_{P/R} = 0 - \frac{u^2}{r_2^2} (-r_2) \vec{i} \Rightarrow a_{P/O} = \frac{u^2}{r_2^2} \vec{i}$$

$$\textbf{Hız: } v_P = v_R + (v_{P/R})_{xyz} + \Omega \times r_{P/R} = w r_1 \vec{j} - u \vec{j} - w \vec{k} \times (r_2 \vec{i}) \Rightarrow v_P = (w r_1 - u - w r_2) \vec{j}$$

$$a_P = a_R + (a_{P/R})_{xyz} + 2\Omega \times (v_{P/R})_{xyz} + \dot{\Omega} \times r_{P/R} - \Omega^2 r_{P/R}$$

$$0 = -w^2 r_1 \vec{i} + \left(\frac{u^2}{r_2^2}\right) \vec{i} + 2(w) \vec{k} \times (-u \vec{j}) + 0 - w^2 (-r_2 \vec{i})$$

$$\textbf{İvme: } 0 = -w^2 r_1 \vec{i} + \left(\frac{u^2}{r_2^2}\right) \vec{i} + 2wu \vec{i} + 0 + w^2 r_2 \vec{i} \quad \text{ya da}$$

$$u^2 - w^2 r_1 r_2 + 2w r_2 u + w^2 r_2^2 = 0 \quad \text{bulunur.}$$

$$\text{Buradan kök olarak,} \quad u = w r_2 \left[\sqrt{\frac{r_1}{r_2}} - 1 \right] \text{ elde ederiz.}$$

$$a_D = a_R + (a_{D/R})_{xyz} + 2\Omega \times (v_{D/R})_{xyz} + \dot{\Omega} \times r_{D/R} - \Omega^2 r_{D/R}$$

$$a_D = -w^2 r_1 \vec{i} - \left(\frac{u^2}{r^2}\right) \vec{i} - 2w \vec{k} \times (-u \vec{j}) + 0 - w^2 (-r_2 \vec{i})$$

$$a_D = \left[-w^2 (r_1 + r_2) - \frac{u^2}{r^2} - 2wu \right] \vec{i}$$