Lojik Fonksiyonların Yalınlaştırılması (İndirgenmesi)

Bir lojik fonksiyonun birçok cebirsel ifadesi vardır. (Bkz. kanonik açılımlar ve yalınlaştırılmış ifadeleri)

Yalınlaştırmada amaç, belli bir maliyet kriterine göre bu cebirsel ifadeler içinden **en uygun** olanını seçmektir.

Maliyet kriteri uygulamaya göre değişebilir.

Örneğin tasarım aşamasında istenen özellikler şunlar olabilir: İfadenin az sayıda çarpım (ya da toplam) içermesi, her çarpımda az sayıda değişken olması, devrenin aynı tip bağlaçlar (örneğin TVE) ile gerçeklenebilmesi, elde var olan bağlaçların kullanılabilmesi gibi.

Yalınlaştırmanın amaçları:

- Devrenin boyutlarını küçültmek
- Enerji tüketimini azaltmak (pil, soğutma problemi)
- Gecikmeyi azaltmak (hızı arttırmak) (Bkz. 3.20: Yayılma gecikmesi)
- Maliyeti azaltmak

Yalınlaştırma İle İlgili Tanımlar

Asal Çarpım (Temel İçeren) "*Prime Implicant*":

Hatırlatma: Bir fonksiyonun 1. kanonik açılımını oluşturan çarpımlar (minterimler) bu fonksiyon tarafından örtülürler (içerilirler).

1. kanonik açılımda yer alan bazı çarpımları birleştirerek daha az değişken içeren ve birden fazla "doğru" noktaya karşı gelen yeni çarpımlar elde edilebilir.

Daha fazla basitleştirilemeyen ve fonksiyonun mümkün olan en fazla sayıda doğru noktasını örten çarpımlar asal çarpımdır.

Örnek: $F(A, B, C) = \Sigma m(1,3,5,6,7)$: 1. kanonik açılım

$= A'B'C + A'BC + AB'C + ABC' + ABC$

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Bu çarpımlar, asal çarpım (temel içeren) değildir, çünkü onlardan daha az değişkene sahip olan bölenleri de bu fonksiyonun içinde yer almaktadır.

Bu durum basitleştirme sonucu görülmüştü ve fonksiyon için aşağıdaki ifade elde edilmişti.

$F = AB + C$

Kanonik açılımdaki çarpımlar sadece 1 adet doğru nokta örterken AB çarpımı 2 adet, C ise 4 adet nokta örtmektedir.

Örnek (devamı):

F(A, B, C)= Σm(1,3,5,6,7) : 1. kanonik açılım

= A'B'C + A'BC + AB'C + ABC' + ABC

F= AB+C

Asal çarpım (temel içeren) kendi bölenleri fonksiyonda yer almayan (daha fazla sadeleştirilemeyen) ve mümkün olan en fazla sayıda doğru noktayı örten çarpımlardır.

- Örneğin yukarıdaki örnekte ABC' bir asal çarpım değildir, çünkü onun böleni olan AB de fonksiyon tarafından örtülmektedir.
- AB ise bir asal çarpımdır, çünkü onun bölenleri A ve B fonksiyon tarafından örtülmez (daha fazla 1 üretiyorlar, fonksiyonun ifadesinde yer alamazlar).

Lojik fonksiyonları yalınlaştırma işlemi:

1. Tüm asal çarpımlar kümesinin bulunması
2. Fonksiyonun tüm "doğru" noktalarını örtecek şekilde, asal çarpımlardan en uygun olanların seçilmesi.

Asal Çarpımların Bulunması:

Çarpım terimlerini birleştirerek daha az değişkene sahip ve daha çok doğru noktayı örten çarpımlar elde etmek için Boole cebri kullanılabilir.

Bu işlemi özellikle büyük fonksiyonlar için elle kağıt üstünde yapmak zor olur. Bu işlemler bilgisayar programları ile yapılır.

Fonksiyonun cebirsel ifadesini kullanmadan daha pratik olarak uygulanabilecek bir yöntem:
- Doğruluk tablosunda "1" üreten kombinezonlar incelenir,
- Sadece bir değişkenin değer değiştirdiği, bir veya daha fazla değişkenin (girişin) sabit kaldığı kombinezonlar birleştirilir,
- Değeri sabit kalan değişkenler çarpımda kalır, değişenler çarpımdan çıkarılır.

Örnek: Cebirsel olarak birleştirme: F = A'B'+AB' = (A'+A)B' = B'

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

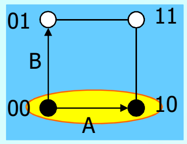
B sabit. Her ikisinde de B=0.
B değişkeni yeni çarpımda yer alacak.

A nın değeri değişiyor.
A yeni çarpımda olmayacak.

B=0 olduğu için yeni çarpım: B'

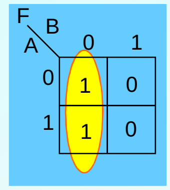
Yapılan işlemin Boole küpünde gösterilmesi:

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0



Boyutu 0 olan iki nokta birleştirilerek boyutu 1 olan bir çizgi elde edildi. Bu çizgi B=0'ı yani B'nin tümleyenini temsil etmektedir.

Yapılan işlemin Karnaugh diyagramında gösterilmesi:



Bu tür gruplamaları Karnaugh diyagramları ile yapmak daha kolaydır. Bitişiklilik özelliğinden yararlanılarak komşu noktalar gruplanabilir.

Yukarıda gruplamanın yapıldığı sütunda B=0 (sabit), A ise değişkendir. Bu sütun B'nin tümleyenini temsil etmektedir.

- Aynı anda birden fazla değişken sabit kalıyorsa gruplama sonucu bu değişkenlerin çarpımı oluşur.

Örnek:

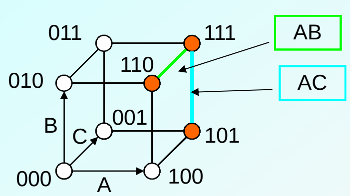
A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

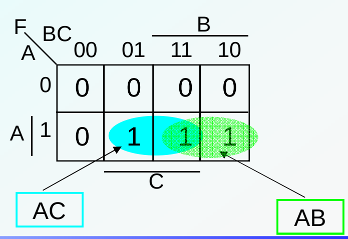
A=1 , C=1 ve sabit. B ise değişiyor. Bu gruplama sonucu AC çarpımı oluşur.

Cebirsel: AB'C + ABC = AC(B'+B) = AC

A=1 , B=1 ve sabit. C ise değişiyor. Bu gruplama sonucu AB çarpımı oluşur.

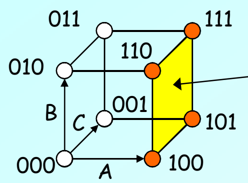
Cebirsel: ABC' + ABC = AB(C'+C) = AB





- Gruplamalarda 2'den daha fazla nokta da birleştirilebilir.

Örnek: $F(A,B,C) = \Sigma(4,5,6,7)$

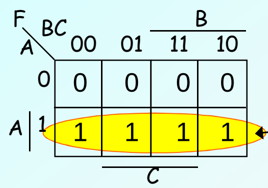


A=1 ve sabit. B ve C ise değişiyor.

Küpün bu yüzü A yı temsil ediyor.

Cebirsel: $AB'C' + AB'C + ABC' + ABC$
$= AB' + AB$
$= A$

Karnaugh diyagramı ile:



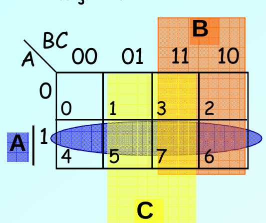
A=1 ve sabit. B ve C ise değişiyor.

Asal Çarpımların Karnaugh Diyagramları İle Bulunması:

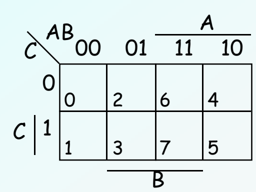
Karnaugh diyagramlarındaki bitişiklilik ve çevrimlilik özelliği nedeniyle komşu gözler arasındaki geçişlerde sadece 1 değişken (giriş) değer değiştirir, diğerleri sabit kalır.

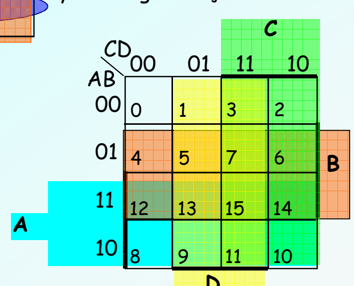
Girişlerin sabit kaldığı komşu gözlerdeki "doğru" noktaları 2'li, 4'lü, 8'li ... gruplarda toplamak mümkündür.

Aşağıda 3 ve 4 değişkenli Karnaugh diyagramları için girişlerin sabit kaldıkları alanlar gösterilmiştir.



Aynı diyagram, değişkenler farklı şekillerde yerleştirilerek de yandaki gibi oluşturulabilir.





Örnek: Aşağıda verilen fonksiyonun asal çarpımlarının bulunması
$F(A,B,C,D) = \Sigma_1(0,2,5,8,9,10,11,12,13,14,15)$

F: AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	0	1	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Asal Çarpımlar: A , B'D' , BC'D

- Asal çarpımlar bulunurken fonksiyonun "doğru" noktaları mümkün olan en büyük gruplara yerleştirilirler.
- Bir grupta yer alan iki nokta tekrar birleştirilerek daha küçük bir grup oluşturulmaz.
- Örneğin ayrı ayrı 4 'lü gruplarda bulunan iki nokta birleştirilerek 2'li yeni bir grup oluşturmaya gerek yoktur. Yeni bir 4'lü grup oluşturulabilir.
- Ancak noktalardan biri daha büyük bir gruba ait değilse (yukarıdaki 0101 gibi) o nokta gruptaki başka bir nokta ile kümelenebilir.

Tüm Asal Çarpımlar Kümesinin Bulunması:

Lojik devre tasarımında yalınlaştırma işlemi o fonksiyonun bütün asal çarpımlarının bulunmasıyla başlar.

Bütün asal çarpımların oluşturduğu kümeye **tüm asal çarpımlar kümesi** (**tüm temel içeren tabanı**) denir.

İndirgemenin 2. aşamasında fonksiyonun bütün doğru noktalarını örtecek şekilde, tüm asal çarpımlar kümesinden en uygun asal çarpımlar seçilir.

Fonksiyonun bütün doğru noktalarını örten asal çarpımların oluşturduğu kümeye **yeterli küme** denir. Yeterli kümeden bir asal çarpım kaldırılırsa fonksiyonun tüm doğru noktaları örtülmemiş olur.

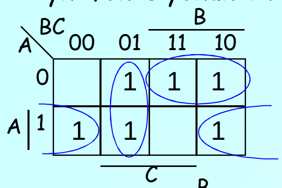
Buna göre bir fonksiyonu yalınlaştırma işlemi en uygun (ucuz) yeterli kümeyi (*minimal covering sum*) bulmak demektir.

Örnek: Aşağıdaki fonksiyonun tüm asal çarpımlar kümesini bulunuz.

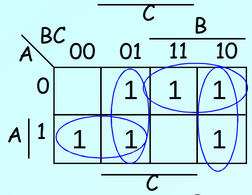
A \ BC	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1	1		1

Asal Çarpımlar:
BC' , A'B , A'C , AB' , B'C , AC'

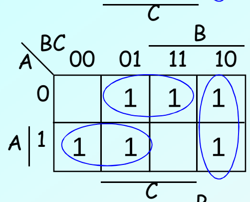
Aynı fonksiyonun bir çok yeterli kümesi olabilir.



F(A,B,C)= A'B + B'C + AC'

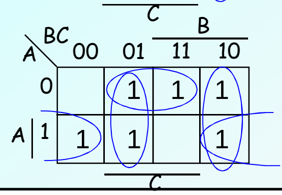


F(A,B,C)= A'B + BC' + B'C + AB'



F(A,B,C)= BC' + A'C + AB'

Yeterli küme bir asal çarpım kaldırıldığında tüm doğru noktalar kapsanmamış olur.



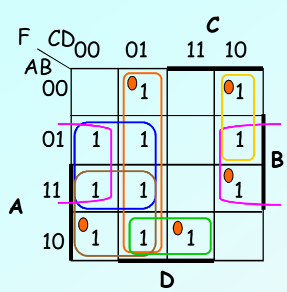
F(A,B,C)= BC' + A'C + B'C + AC'

Başlıca Nokta ve Gerekli Asal çarpım (*Essential Prime Implicant*):

Bazı fonksiyonlarda bazı doğru noktalar sadece bir asal çarpım tarafından örtülürler. Bu noktalara **başlıca nokta** denir. Bu noktaları örten asal çarpımlara da **gerekli asal çarpım** (*essential prime implicant*) denir.

Gerekli asal çarpımlar fonksiyonun yeterli kümesinde mutlaka yer alırlar. Çünkü başlıca noktaların başka asal çarpımlar tarafından örtülmesi mümkün değildir.

Örnek:



Tüm Asal Çarpımlar Kümesi:

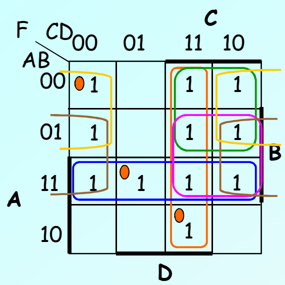
C'D , BC' , AC' , BD' ,A'CD' , AB'D

Başlıca Noktalar	Gerekli çarpımlar
0001	C'D
0010	A'CD'
1000	AC'
1110	BD'
1011	AB'D

Buradaki gerekli asal çarpımlar fonksiyonun tüm doğru noktalarını örtmektedir. Bu özel bir durumdur.

F= C'D + A'CD' + AC' + BD' + AB'D

Örnek: Bir fonksiyonun tüm asal çarpımlar kümesinin, başlıca noktalarının ve gerekli çarpımların bulunması.



Tüm Asal Çarpımlar Kümesi:

CD , AB , A'C , BC , A'D' , BD'

Başlıca Noktalar	Gerekli çarpımlar
0000	A'D'
1101	AB
1011	CD

Yalınlaştırma: Uygun Asal Çarpımların Seçilmesi

Hatırlatma: Yalınlaştırma işlemi 2 aşamadan oluşmaktadır:

1. Tüm asal çarpımlar kümesinin (Tüm temel içerenlerin) bulunması
2. Fonksiyonun tüm "doğru" noktalarını örtecek şekilde, asal çarpımlardan en uygun (ucuz) olanların seçilmesi.

En uygun asal çarpımların (yeterli kümenin) seçilmesinde kullanılan yöntemlerden biri **seçenekler tablosu** yöntemidir.

Seçenekler Tablosu:

- Fonksiyonun asal çarpımları bulunduktan sonra bu çarpımlara isimler verilir. Örneğin A, B, C, .. gibi.
- Verilen bir maliyet kriterine göre her asal çarpımın maliyeti hesaplanır.

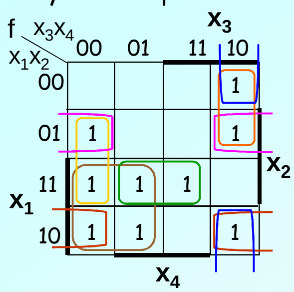
Seçenekler tablosu bir matris şeklinde hazırlanır.

- Tablonun satırlarında, fonksiyonun asal çarpımlarının isimleri yer alır. Sütunlarda ise o fonksiyonun doğru noktalarının numaraları bulunur.
- En son sütuna asal çarpımların maliyetleri yazılır.
- Bir asal çarpım bir noktayı örtüyorsa matrisin ilgili gözüne X konur.

Örnek: Verilen fonksiyonun tüm asal çarpımlar kümesini bulunuz ve seçenekler tablosunu oluşturunuz.

$f(x_1, x_2, x_3, x_4)=\Sigma m(2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 15)$

Maliyet hesabında her değişken 2 birim, her tümleme işlemi 1 birim maliyete sahip olacaktır.



Tüm Asal Çarpımlar Kümesi:

	$x_1 x_3'$	$x_2 x_3' x_4'$	$x_1' x_2 x_4'$	$x_1 x_2 x_4$	$x_1' x_3 x_4'$	$x_2' x_3 x_4'$	$x_1 x_2' x_4'$
Semboller:	A	B	C	D	E	F	G
Maliyetler:	5	8	8	6	8	8	8
Örttüğü Noktalar:	8,9,12,13	4,12	4, 6	13, 15	2, 6	2, 10	8, 10

Tüm Asal Çarpımlar Kümesi:

	$x_1 x_3'$	$x_2 x_3' x_4'$	$x_1' x_2 x_4'$	$x_1 x_2 x_4$	$x_1' x_3 x_4'$	$x_2' x_3 x_4'$	$x_1 x_2' x_4'$
Semboller:	A	B	C	D	E	F	G
Maliyetler:	5	8	8	6	8	8	8
Örttüğü Noktalar:	8,9,12,13	4,12	4, 6	13, 15	2, 6	2, 10	8, 10

Fonksiyonun "doğru" noktaları

Asal Çarpımlar

	2	4	6	8	9	10	12	13	15	Maliyet
A				X	X		X	X		5
B		X					X			8
C		X	X							8
D								X	X	6
E	X		X							8
F	X					X				8
G				X		X				8

Seçenekler Tablosunun İndirgenmesi

1. Başlıca noktalar belirlenir. Bir sütunda sadece bir tane X varsa o sütundaki nokta başlıca noktadır.
Başlıca noktayı örten asal çarpım (gerekli asal çarpım) mutlaka fonksiyonun ifadesinde yer alacağından seçilir. Bu asal çarpıma ait satır ve onun örttüğü noktalara ait sütunlar tablodan kaldırılır.

2. Tabloda j. satırın X olan her gözünde i. satırda da X varsa i. satır, j. satırı örtüyor denir. Yani j. satırın örttüğü bütün noktaları i. satır da örtüyordur.
Eğer i. satır j. satırı örtüyorsa ve i. satırdaki maliyet j. satırdaki maliyetten küçükse veya ona eşitse j. satır (örtülen satır) tablodan kaldırılır.

i	X		X	4
j			X	5

3. Bir sütun başka bir sütunu örtüyorsa örten sütun (daha fazla X'e sahip olan) tablodan silinir.

i	X	X	
j	X	X	
k		X	

Bu kurallar peş peşe uygulanarak fonksiyonun doğru noktaları toplam maliyet en az olacak şekilde örtülmeye çalışılır.

Örnek: Aşağıda verilen fonksiyona ait seçenekler tablosunun indirgenmesi.
$f(x_1, x_2, x_3, x_4)=\Sigma m(2, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 15)$

Fonksiyonun "doğru" noktaları

		2	4	6	8	9	10	12	13	15	Maliyet
√ $x_1 x_3'$	A				X	X		X	X		5
$x_2 x_3' x_4'$	B		X					X			8
$x_1' x_2 x_4'$	C		X	X							8
√ $x_1 x_2 x_4$	D								X	X	6
$x_1' x_3 x_4'$	E	X		X							8
$x_2' x_3 x_4'$	F	X					X				8
$x_1 x_2' x_4'$	G				X		X				8

1. Adım: Bu tabloda 9 ve 15 başlıca noktalardır. A ve D gerekli çarpımlar oldukları için onlara ait satır ve örttükleri sütunlar tablodan kaldırılır.
Bu çarpımlar daha sonra sonucu oluştururken kullanılmak üzere işaretlenir.

	2	4	6	10	Maliyet
~~B~~		~~x~~			~~8~~
C		x	x		8
E	x		x		8
F	x			x	8
~~G~~				~~x~~	~~8~~

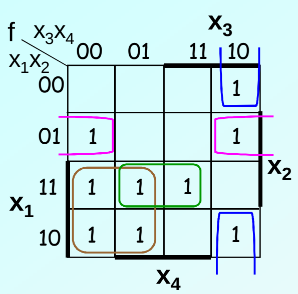
2. Adım: Bu tabloda C, B'yi örter. Maliyetleri aynı olduğu için örtülen satır (B) tablodan silinir.
Benzer şekilde F, G'yi örter ve maliyetleri aynıdır. Bu nedenle G satırı tablodan silinir. Bu çarpımlar sonuç ifadede yer almayacaktır.

		2	4	6	10	Maliyet
√	C		x	x		8
	E	x		x		8
√	F	x			x	8

3. Adım: Bu tabloda 4 ve 10 başlıca noktalardır. Bu nedenle C ve F çarpımlarını almak gerekir. Bu iki asal çarpım seçildiğinde tüm noktalar örtülmüş olur.

Sonuç: İşaretlenmiş olan asal çarpımlar fonksiyonun en ucuz ifadesini oluştururlar.
Seçilen asal çarpımlar: A + D + C + F
Toplam Maliyet= 5 + 6 + 8 + 8 = 27
$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_3' + x_1 x_2 x_4 + x_1'x_2 x_4' + x_2' x_3 x_4'$

Karnaugh diyagramı ile hangi asal çarpımların seçildiğini görebiliriz.



Bu seçimde tüm 1'ler örtülmeli ve bir fazlalık olmamalı.
Seçilmiş olan asal çarpımlar bir yeterli küme oluşturmalı. Yani çarpımlardan biri kaldırıldığında tüm noktalar örtülememeli.

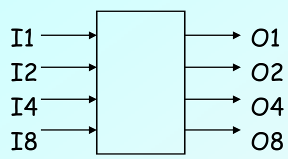
$x_1 x_3'$ $x_1'x_2 x_4'$ $x_1 x_2 x_4$ $x_2' x_3 x_4'$

Tümüyle Tanımlanmamış Fonksiyonların Yalınlaştırılması

Hatırlatma: Tümüyle tanımlanmamış fonksiyonlarda, bazı giriş kombinezonları için fonksiyonun alacağı değer belirsizdir (önemli değildir).

Çünkü bu giriş kombinezonları ilgili devrede fiziksel olarak oluşamazlar ya da tasarımcı tarafından yasaklanmışlardır.

Örnek: BCD sayıları 1 arttıran devre



I8	I4	I2	I1	O8	O4	O2	O1
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	X	X	X	X
1	0	1	1	X	X	X	X
1	1	0	0	X	X	X	X
1	1	0	1	X	X	X	X
1	1	1	0	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X

Bu girişler için devrenin (fonksiyonun) çıkışlarının alacağı değer belirsizdir. Belirsiz değerleri göstermek için X yerine Φ sembolü de kullanılır.

Belirsiz Değerlerin (Φ) Seçilmesi:

Yalınlaştırma işleminde, belirsiz değerler (Φ) en ucuz ifadeyi elde edecek şekilde gerektiğinde lojik 0, gerektiğinde lojik 1 olarak seçilebilirler.

- **Tüm asal çarpımlar kümesi** bulunurken daha basit çarpımlar elde etmek için (Karnaugh diyagramında daha büyük gruplamalar yapabilmek için) **Φ = 1** olarak seçilir.
- **Seçenekler tablosunda** kapsanması gereken noktalar yazılırken **Φ = 0** olarak seçilir. Çünkü bu noktaların çarpımlar tarafından örtülmesine gerek yoktur.

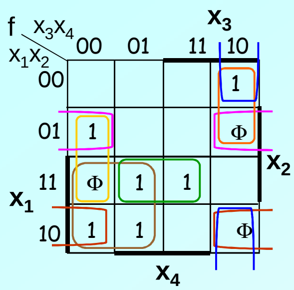
Örnek: Aşağıda verilen tümüyle tanımlanmamış fonksiyonu en düşük maliyetle tasarlayınız.

$f(x_1, x_2, x_3, x_4)=\Sigma_m(2, 4, 8, 9, 13, 15) + \Sigma_\Phi(6,10,12)$

Not:

$f(x_1, x_2, x_3, x_4)=\cup_1(2, 4, 8, 9, 13, 15) + \cup_\Phi(6,10,12)$ şeklinde de yazılabilir.

Maliyet hesabında her değişken 2 birim, her tümleme işlemi 1 birim maliyete sahip olacaktır.



Asal çarpımlar bulunurken Φ'ler 1 olarak seçilir.

Tüm Asal Çarpımlar Kümesi:

	$x_1 x_3'$	$x_2 x_3' x_4'$	$x_1' x_2 x_4'$	$x_1 x_2 x_4$	$x_1' x_3 x_4'$	$x_2' x_3 x_4'$	$x_1 x_2' x_4'$
Semboller:	A	B	C	D	E	F	G
Maliyetler:	5	8	8	6	8	8	8
Örttüğü Noktalar:	8,9,13	4	4	13,15	2	2	8

Tüm Asal Çarpımlar Kümesi:

	$x_1 x_3'$	$x_2 x_3' x_4'$	$x_1' x_2 x_4'$	$x_1 x_2 x_4$	$x_1' x_3 x_4'$	$x_2' x_3 x_4'$	$x_1 x_2' x_4'$
Semboller:	A	B	C	D	E	F	G
Maliyetler:	5	8	8	6	8	8	8
Örttüğü Noktalar:	8,9,13	4	4	13,15	2	2	8

Fonksiyonun "doğru" noktaları

Asal Çarpımlar

	2	4	8	9	13	15	Maliyet
A			X	X	X		5
B		X					8
C		X					8
D					X	X	6
E	X						8
F	X						8
G			X				8

Tablo oluşturulurken **Φ'ler 0** olarak seçilir.

Bu noktaların örtülmesine gerek olmadığından Φ'ler seçenekler tablosunda yer almazlar.

Fonksiyonun "doğru" noktaları

Asal Çarpımlar

		2	4	8	9	13	15	Maliyet
√	A			x	x	x		5
	B		x					8
	C		x					8
√	D					x	x	6
	E	x						8
	F	x						8
	G			x				8

1. Adım: Bu tabloda 9 ve 15 başlıca noktalardır.

A ve D gerekli çarpımlar oldukları için onlara ait satır ve örttükleri sütunlar tablodan kaldırılır.

Bu çarpımlar daha sonra sonucu oluştururken kullanılmak üzere işaretlenir.

	2	4	Maliyet
B		x	8
C		x	8
E	x		8
F	x		8

2. Adım: B ve C aynı noktaları örtmektedir ve maliyetleri eşittir. Bu nedenle bu iki çarpım arasında bir seçim yapmak mümkün değildir. Verilen maliyet kriterine göre herhangi biri seçilebilir.
Aynı durum E ve F çarpımları için de geçerlidir.
Buna göre fonksiyon aşağıdaki ifadelerden herhangi biri kullanılarak gerçeklenebilir:

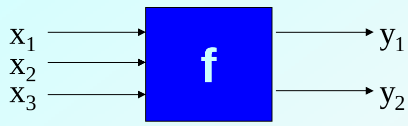
f= A + D + B + E = $x_1 x_3' + x_1 x_2 x_4 + x_2 x_3' x_4' + x_1'x_3x_4'$
f= A + D + B + F = $x_1 x_3' + x_1 x_2 x_4 + x_2 x_3' x_4' + x_2' x_3x_4'$
f= A + D + C + E = $x_1 x_3' + x_1 x_2 x_4 + x_1'x_2 x_4' + x_1'x_3x_4'$
f= A + D + C + F = $x_1 x_3' + x_1 x_2 x_4 + x_1'x_2 x_4' + x_2' x_3x_4'$

Tüm tasarımların maliyeti eşittir (27).

Genel Fonksiyonların Yalınlaştırılması

Hatırlatma: Genel fonksiyonların birden fazla çıkışı vardır.

$x_1\ x_2\ x_3$	$y_1\ y_2$
0 0 0	1 1
0 0 1	1 Φ
0 1 0	0 0
0 1 1	Φ 0
1 0 0	1 Φ
1 0 1	0 1
1 1 0	0 1
1 1 1	Φ 0



$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3)$

$y_2 = f_2(x_1, x_2, x_3)$

Genel fonksiyonlar yalınlaştırılırken her çıkışa ait fonksiyon için ayrı ayrı tüm asal çarpımlar kümesi bulunur ve bunların içinden seçim yapılır.

Burada dikkat edilmesi gereken nokta her iki çıkış için ortak çarpımların kullanılmaya çalışılmasıdır.

Genel fonksiyonlar yalınlaştırılması bu dersin kapsamı dışında tutulmuştur.

Tüm Asal Çarpımlar Kümesinin Tablo Yöntemiyle (Quine-McCluskey) Bulunması

Karnaugh diyagramları görsel özellikleri nedeniyle az değişkenli fonksiyonlarla ilgili çalışmalarda kolaylık sağlarlar.

Ancak değişken sayısı 5 ve daha fazla olduğunda Karnaugh diyagramlarını çizmek ve bitişiklilik özelliğini kullanmak zorlaşır.

Tablo yöntemi (Quine-McCluskey) ise sistematik bazı işlemlerin peş peşe tekrarlanmasından oluşmaktadır. Bu işlemleri elle yapmak fazla zaman alabilir, ancak söz konusu işlemleri bilgisayar programı ile gerçekleştirmek kolaydır.

Tablo (Quine-McCluskey) **Yöntemi:**

Hatırlanacağı gibi, asal çarpımları bulmak için "1" değeri üreten ve bitişik olan giriş kombinezonları (minterimler) gruplanmaya çalışılıyordu. Sadece bir değişkenin değiştiği (bitişik) olan kombinezonlar aynı gruba alınıyordu. (Bkz. 4.4'teki şekil)

Tablo yönteminde "1" değeri olan her kombinezon (minterim) diğer minterimler ile karşılaştırılır.

Eğer iki kombinezon arasında sadece bir giriş (değişken) farklıysa o iki kombinezon gruplanır.

Farklı olan değişken silinerek yeni terim elde edilir.

Bu durum hiç gruplama yapılamayana kadar devam eder.

Hiç bir gruba girmeyen terimler asal çarpımlardır.

Yöntem: *Willard Van Orman Quine (1908-2000), Felsefe, lojik*
Edward J. McCluskey(1929-) Elektrik müh.

1. Adım: Tüm asal çarpımlar kümesinin bulunması

- Doğruluk tablosunda 1 üreten giriş kombinezonlarını belirleyin.
- Karşılaştırma kolaylığı sağlamak için içindeki 1'lerin sayısına göre kombinezonları kümeleyin. Örneğin; 1011 giriş kombinezonunda üç adet 1 vardır.
- Komşu kümlerdeki kombinezonları karşılaştırın. Tek girişin farklı olduğu kombinezonları gruplayıp yeni kombinezonlar oluşturun.
- Yeni kombinezonlarda değeri değişen giriş yer almayacaktır.
- Bir gruba girmiş olan kombinezonları işaretleyin.
- Yeni oluşan kombinezonlar üzerinde de aynı gruplama işlemlerini yeni gruplar oluşmayıncaya kadar sürdürün.
- Hiç bir gruba girmemiş olan kombinezonlar (işaretsizler) tüm asal çarpımlar kümesini oluştururlar.

2. Adım: En ucuz yeterli kümenin (*minimal covering sum*) bulunması

Tüm asal çarpımlar kümesi bulunduktan sonra yalınlaştırma işlemi için yine seçenekler tablosu kullanılarak en ucuz yeterli küme bulunur.

Örnek:

Aşağıda verilen fonksiyonun tüm asal çarpımlar kümesini Quine-McCluskey yöntemiyle bulunuz.

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma_m(0, 1, 2, 8, 10, 11, 14, 15)$

K.No	x_1 x_2 x_3 x_4	
0	0 0 0 0	√
1	0 0 0 1	√
2	0 0 1 0	√
8	1 0 0 0	√
10	1 0 1 0	√
11	1 0 1 1	√
14	1 1 1 0	√
15	1 1 1 1	√

K.No	x_1 x_2 x_3 x_4	
0,1	0 0 0 -	
0,2	0 0 - 0	√
0,8	- 0 0 0	√
2,10	- 0 1 0	√
8,10	1 0 - 0	√
10,11	1 0 1 -	√
10,14	1 - 1 0	√
11,15	1 - 1 1	√
14,15	1 1 1 -	√

K.No	x_1 x_2 x_3 x_4
0,2,8,10	- 0 - 0
0,8,2,10	- 0 - 0
10,11,14,15	1 - 1 -
10,14,11,15	1 - 1 -

Aynı olanları yazmaya gerek yok

Tüm asal çarpımlar kümesi (İşaretsiz olanlar): $x_1' x_2' x_3'$, $x_2' x_4'$, $x_1 x_3$

En ucuz çözümü elde etmek için bu aşamadan sonra seçenekler tablosu oluşturulur ve en ucuz yeterli küme bulunur.