



**T.C.  
KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ**

**TEKNOLOJİ FAKÜLTESİ  
BİLİŞİM SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ**

Yrd. Doç. Dr. Mustafa Hikmet Bilgehan UÇAR

# 3. HAFTA

**Yrd. Doç. Dr. Mustafa Hikmet Bilgehan UÇAR**

- **Karnaugh Haritaları**
- **Karnaugh Haritaları ile Lojik Devrelerin Sadeleştirilmesi**

# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ Karnaugh(karno) haritaları, lojik ifadelerin çarpımlarının toplanması şeklinde sadeleştirilmesini sağlayan kutucuklardan oluşan bir yöntemdir.
- ✓ Değişken sayısına göre karno haritasının hazırlanmasında öncelikli olarak bulunması gereken, kullanılacak kutucuk sayısıdır.
- ✓ Kutucuk sayısı ise  $2^{\text{değişken}}$  ifadesi ile bulunur.
- ✓ Doğruluk tablosunda tanımlı A ve B değişkenlerinin her bir ihtimali için karno haritasında bir kutucuk vardır.

	B	B'	B
A			
A'	A'B'	A'B	
A	AB'	AB	

İKİ GİRİŞLİ KARNO HAR.

	BC	B'C'	B'C	BC	BC'
A					
A'	A'B'C'	A'B'C	A'BC	A'BC'	
A	AB'C'	AB'C	ABC	ABC'	

ÜÇ GİRİŞLİ KARNO HAR.

	CD	C'D'	C'D	CD	CD'
AB					
A'B'	A'B'C'D'	A'B'C'D	A'B'CD	A'B'CD'	
A'B	A'BC'D'	A'BC'D	A'BCD	A'BCD'	
AB	ABC'D'	ABC'D	ABCD	ABCD'	
AB'	AB'C'D'	AB'C'D	AB'CD	AB'CD'	

DÖRT GİRİŞLİ KARNO HAR.

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ İKİ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI

	B	B'	B
A			
A'	A'B'	A'B	
A	AB'	AB	

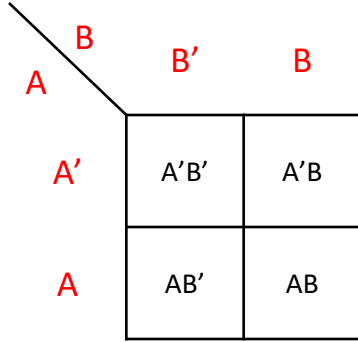
A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

	B	B'	B
A			
A'	0	0	
A	1	1	

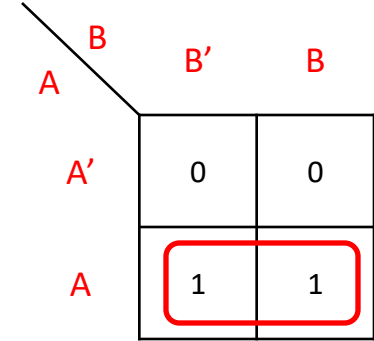
- ✓  $Q=A.(A+B)$  fonksiyonu karnaugh haritası ile sadeleştirilim.
- ✓ Tablodaki A-B değişkenlerinin bağıntıya göre karşılıkları ilgili kutucuğa yazılır.
- ✓ Karno haritası üzerinde yapılması gereken bütün 1'leri gruplar içerisine almaktır.
- ✓ Bunun için içerisinde 1 bulunan birbirine komşu gruplar varsa 4'lü, yoksa 2'li yoksa da tekli gruplar oluşturulur.
- ✓ Gruplar 2'nin kuvvetlerinden(1,2,4,8,16...) başka olamaz.
- ✓ Gruplama işleminde esas, mümkün olduğunca geniş gruplar oluşturmaktır.
- ✓ Ne kadar büyük gruplama yapılırsa o kadar sade sonuçlar elde edilir.
- ✓ Herhangi bir grup içine alınarak kullanılan bir kutu başka bir gruplama amacıyla da kullanılabilir. **Yani bir kutu birden fazla grupta yer alabilir**

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ İKİ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI



A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

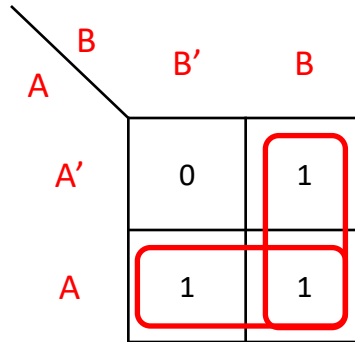
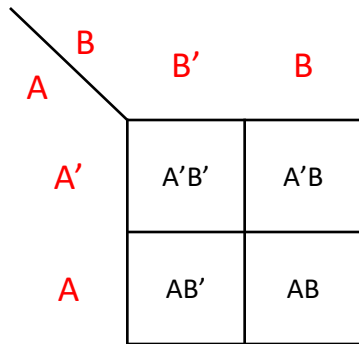


- ✓ Gruplamadan sonra grup bölgesinde 0 ve 1 değerlerini beraber içeren değişkenler elenir.
- ✓ Yukarıdaki örnekte B değişkeni, grup içine alınan bölgede hem 1 hem de 0 olduğu için elenir.
- ✓ Bu durumda sadece A değişkeni geriye kalmıştır.
- ✓ Grubun işaretlendiği bölgede A değişkeni 1 değerindedir.
- ✓ Bu nedenle karno sonucu A 'dır.
- ✓  $Q = A.(A+B)$  fonksiyonu  $Q = A$  olarak sadeleşmiş olur.

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ İKİ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI

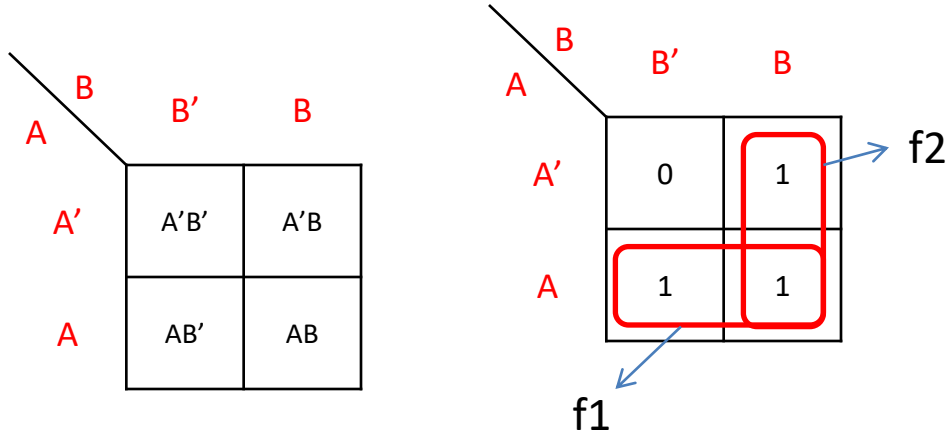
- ✓ Lojik ifadeler direk olarak karnoya yerleştirilebilir.
- ✓ Örneğin  $Q = \bar{A}B + AB + A\bar{B}$  ifadesini karnoya aktaralım.
- ✓ İstenirse doğruluk tablosu ile kontrol edilebilir.
- ✓ Bu ifadede üç AND işlemi OR işlemleri ile birleştirilmiştir.
- ✓ AND işlemleri karnoda karşılıklarının bulunduğu kutulara 1 olarak yazılır.
- ✓ Boş kalan kutuların değeri 0 'dır. Daha sonra gruplama işlemi yapılır.



A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ İKİ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI



A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- ✓ Burada Q eşitliğini sağlayan f1 ve f2 olmak üzere iki tane grup oluştu.
- ✓ Karnoda bulunan bütün 1'ler grup içine alınmış oldu.
- ✓ f1 grubu A değişkeninin 1 olduğu bölgedir.
- ✓ f2 grubu B değişkeninin 1 olduğu bölgedir.
- ✓ Bu sebeplerle  $f1 = A$  ve  $f2 = B$  olarak alınır.
- ✓ Bütün gruplar VEYA işlemine tabi tutularak sonuç bulunur.
- ✓  $Q = \bar{A}B + AB + A\bar{B}$  ifadesi karnoda sadeleştirilince  $Q = f1 + f2 = A+B$  sonucu elde edilmiştir.

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ ÜÇ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI

- ✓ Üç değişkenli karnaugh diyagramında  $2^3 = 8$  tane kare bulunur.
- ✓ Burada her kutu üç değişkenli bir terime karşılık gelir.

BC	B'C'	B'C	BC	BC'
A	000 A'B'C'	001 A'B'C	011 A'BC	010 A'BC'
A-1	100 AB'C'	101 AB'C	111 ABC	110 ABC'

BC	00	01	11	10
A				
0				
1				1

- ✓ Örneğin alt sırada en sağdaki kutuyu ele alalım.
- ✓ Bu kutuda
  - ✓ A değişkeni 1,
  - ✓ B değişkeni 1,
  - ✓ C değişkeni 0 olur.
- ✓ Buna göre bu kutu  $ABC\bar{C}$  ( $ABC'$ ) terimine aittir.
- ✓ Bu şekilde her kutunun hangi terime ait olduğunu bulabiliriz.



# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ ÜÇ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI

- ✓ Kutuların sol üst köşesinde bulunan giriş değişkenleri çıkış ifadesinin kutu üzerindeki dağılımını etkiler.
- ✓  $Q = \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$  ifadesini karno haritasına yerleştirelim.

	BC	B'C'	B'C	BC	BC'
A		00	01	11	10
A' - 0	000 A'B'C'	001 A'B'C	011 A'BC	010 A'BC'	
A - 1	100 AB'C'	101 AB'C	111 ABC	110 ABC'	

	BC				
A		00	01	11	10
0		0	1	1	0
1		0	0	1	1

	AB				
C		00	01	11	10
0		0	0	1	0
1		1	1	1	0

A	B	C	Q
0	0	0	A'B'C' - 0
0	0	1	A'B'C - 1
0	1	0	A'BC' - 0
0	1	1	A'BC - 1
1	0	0	AB'C' - 0
1	0	1	AB'C - 0
1	1	0	ABC' - 1
1	1	1	ABC - 1

- ✓ Sol üst köşedeki girişlerin değiştirilmesi karno üzerinde yer değiştirmesi sadeleştirme sonucunu etkilemez.
- ✓ Önemli olan çıkış ifadesine ait 1'lerin karno üzerinde doğru yerleştirilmesidir.

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ ÜÇ GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI

✓  $Q = \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$  ifadesini karno haritası ile sadeleştirelim.

BC \ A	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1

BC \ A	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	0	0	1	1

f1      f2      Gereksiz grup

- ✓ Sadeleştirmede esas kural bütün 1'lerin grup içerisine alınmasıdır.
- ✓ Gruplamaya 1'lerin azınlıkta olduğu yerden başlamak gereksiz grup oluşturmayı engeller.
- ✓ f1 grubu içerisinde B girişi 0 ve 1 değerleri almıştır. Fakat A yalnızca 0, C ise yalnızca 1 değerine sahiptir. Bu durumda  $f1 = \bar{A}C$  olur.
- ✓ f2 grubu içerisinde C girişi 0 ve 1 değerleri almıştır. Fakat A yalnızca 1, B ise yine yalnızca 1 değerine sahiptir. Bu durumda  $f2 = AB$  olur.
- ✓ Sadeleştirme işlemi sonunda  $Q = f1 + f2 = \bar{A}C + AB$  elde edilir.

# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ **ÖRNEK:**  $Q = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C$  ifadesini karno haritası ile sadeleştirelim.

BC A	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	0	0

BC A	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	1	1	0	0

f1

f2

- ✓ Sadeleştirmede bir kutucuk birden fazla grup içerisinde bulunabilir.
- ✓ Ne kadar büyük gruplar oluşturulursa o kadar sade bir çıkış elde edilir.
- ✓ f1 grubu içerisinde A girişi 0 ve 1 değerleri almıştır. Yine C girişi 0 ve 1 değerleri almıştır. Fakat B girişi yalnızca 0 değerine sahiptir. Bu durumda  $f1 = \bar{B}$  olur.
- ✓ f2 grubu içerisinde B girişi 0 ve 1 değerleri almıştır. Yine C girişi 0 ve 1 değerleri almıştır. Fakat A girişi yalnızca 0 değerine sahiptir. Bu durumda  $f2 = \bar{A}$  olur.
- ✓ Sadeleştirme işlemi sonunda  $Q = f1 + f2 = \bar{A} + \bar{B}$  elde edilir.

# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ **DÖRT GİRİŞLİ KARNAUGH HARİTASI**
- ✓ Dört değişkenli karnaugh diyagramında  $2^4 = 16$  tane kare bulunur.
- ✓ Burada her kutu dört değişkenli bir terime karşılık gelir.

CD AB	C'D' 00	C'D 01	CD 11	CD' 10
A'B' 00	A'B'C'D' 0000	A'B'C'D 0001	A'B'CD 0011	A'B'CD' 0010
A'B 01	A'BC'D' 0100	A'BC'D 0101	A'BCD 0111	A'BCD' 0110
AB 11	ABC'D' 1100	ABC'D 1101	ABCD 1111	ABCD' 1110
AB' 10	AB'C'D' 1000	AB'C'D 1001	AB'CD 1011	AB'CD' 1010

CD AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

- ✓ Burada da kurallar 2 ve 3 değişkenli karnaugh diyagramlarında olduğu gibidir.
- ✓ İçinde 1 bulunan bitişik kutular onaltılı, sekizli, dörtlü, ikili veya birli gruplar içine alınırlar. Grup içine alınmamış 1 bırakılmaz.
- ✓ 16 kutunun hepsinde 1 varsa fonksiyonun değeri  $Q = 1$  şeklinde olur. Hepsinde 0 varsa fonksiyonun değeri  $Q = 0$  olur.

# KARNAUGH HARİTALARI

✓ **ÖRNEK:**  $Q = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + ABCD + AB\bar{C}\bar{D} + ABC\bar{D} + A\bar{B}CD + AB\bar{C}D$  ifadesini karno haritası ile sadeleştiriniz.

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
f1	11	1	1	1	1
	10	0	0	1	1
		f2		f3	

✓ f1 grubunda  $B = 1, C = 0, D = 0$  olarak sabit kalmaktadır. Bu durumda  $f1 = B\bar{C}\bar{D}$  olur.

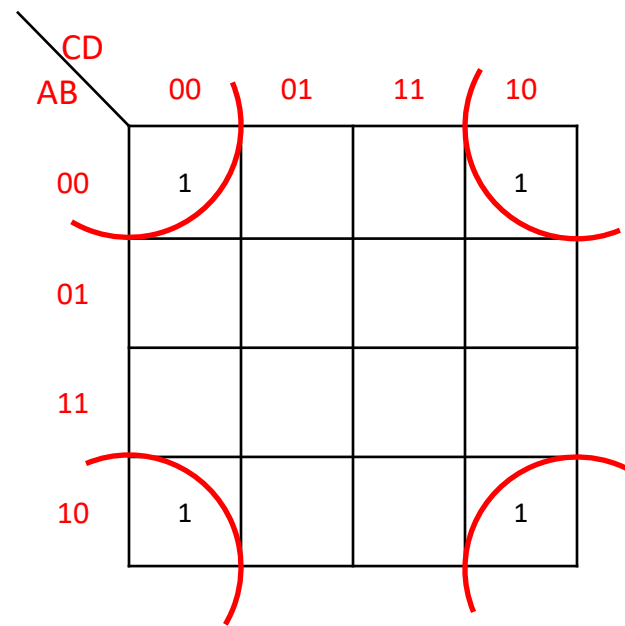
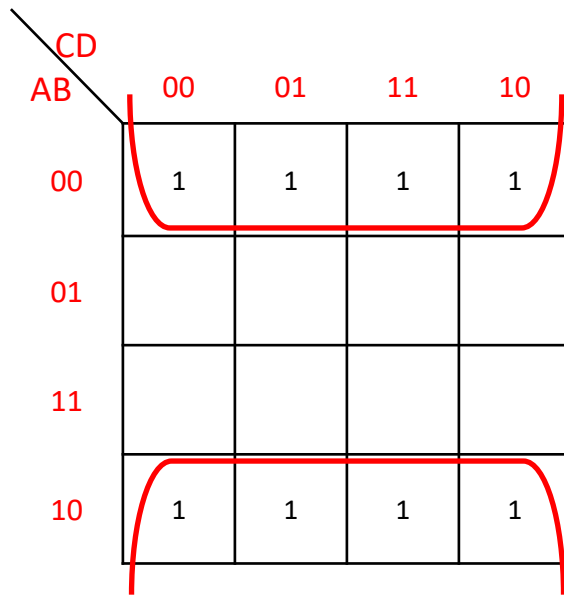
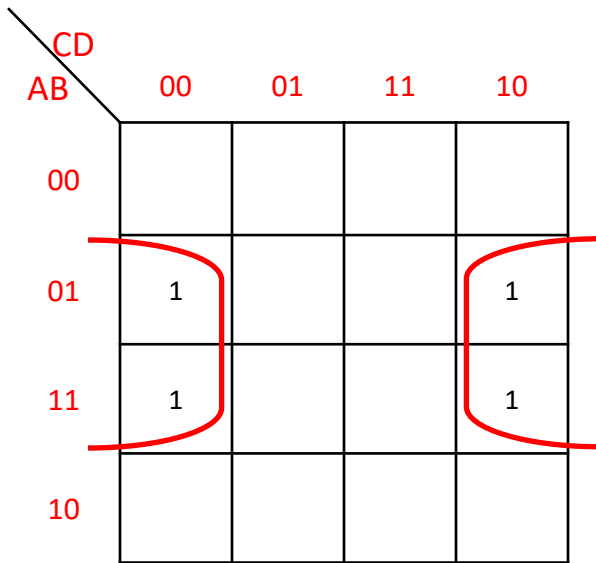
✓ f2 grubunda  $A = 1, B = 1$  olarak sabit kalmaktadır. Bu durumda  $f2 = AB$  olur.

✓ f3 grubunda  $A = 1, C = 1$  olarak sabit kalmaktadır. Bu durumda  $f3 = AC$  olur.

✓ Sadeleştirme işlemi sonunda  $Q = f1 + f2 + f3 = B\bar{C}\bar{D} + AB + AC$  elde edilir.

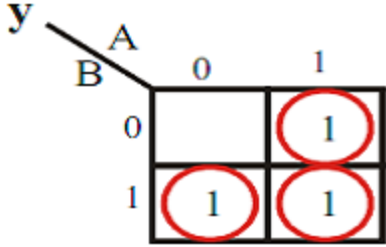
# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ Karnoda çapraz gruplama yapılamaz.
- ✓ Gruplama yapılırken birbirine yakın olan tüm 1 'ler gruba dahil edilmelidir.
- ✓ Bir grupta ne kadar çok 1 olursa o kadar sade bir tanım elde edilir.
- ✓ Bir de şekilde görüldüğü gibi en dış kısımda bulunan 1 'ler gruba alınabilirler.
- ✓ Karno haritasını bir kağıt gibi düşünersek, üst veya yan kenarlarını uç uca getirdiğimizde bu 1 'lerin bir grup oluşturabildiğini görürüz.

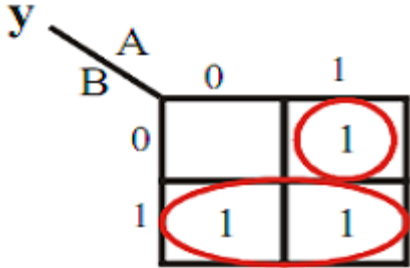


# KARNAUGH HARİTALARI

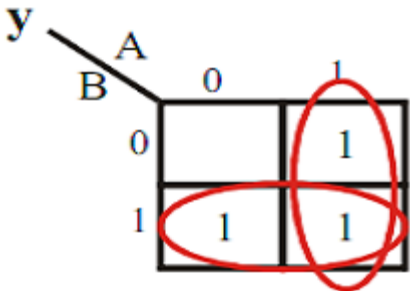
## ✓ ÖRNEK GRUPLAMALAR



- ✓ Bu YANLIŞ bir gruplamadır.
- ✓ Çünkü en büyük grup oluşturacak şekilde gruplama yapılmamıştır.
- ✓ Üç ayrı grup yapılarak çıkış ifadesi gereksiz yere uzatılmıştır.



- ✓ Bu da yukarıdakine göre biraz daha doğru olsa da YANLIŞ bir gruplamadır.
- ✓ Grup yapılabilirse tek başına 1 bırakılmamalıdır.



- ✓ Bu DOĞRU bir gruplamadır.
- ✓ Hiçbir "1" açıkta kalmamıştır.
- ✓ En büyük sayıdaki gruplar alınmıştır.
- ✓ AB (11) hücresindeki 1 her iki gruba da dâhil edilebilir.

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ ÖRNEK GRUPLAMALAR

y A  
C B

	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1		1	

- ✓ Bu YANLIŞ bir gruplamadır.
- ✓ Çünkü 3 adet "1" ile gruplama yapılamaz.
- ✓ Grup sayısı 1, 2, 4, 8.... olmalıdır.

y A  
C B

	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1		1	

- ✓ Bu YANLIŞ bir gruplamadır.
- ✓ Çünkü çapraz grup yapılamaz.

y A  
C B

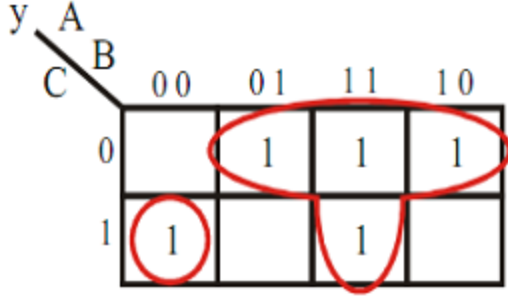
	00	01	11	10
0		1	1	1
1	1		1	

- ✓ Bu YANLIŞ bir gruplamadır.
- ✓ Boş kutular gruba dâhil edilemez.

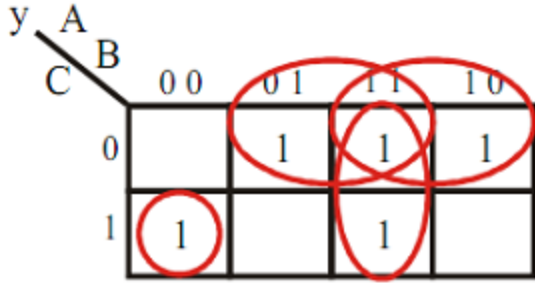


# KARNAUGH HARİTALARI

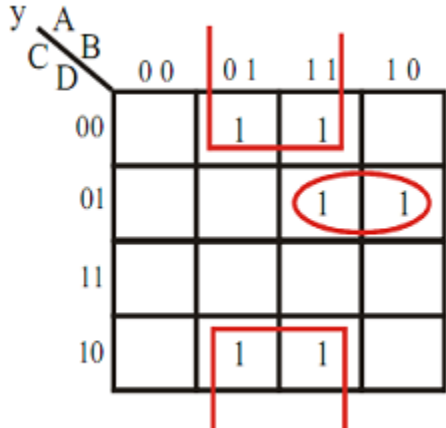
## ✓ ÖRNEK GRUPLAMALAR



- ✓ Bu YANLIŞ bir gruptur.
- ✓ Çünkü grup içinde hem alt alta hem yan yana "1" olamaz.
- ✓ Grup ya yan yana ya alt alta olmalıdır.



- ✓ Bu DOĞRU bir gruptur.
- ✓ Burada 4 adet grup bulunmaktadır.
- ✓ Karno haritasında en yukardan en aşağıya veya en sağdan en sola geçiş vardır.



- ✓ Bu DOĞRU bir gruptur.
- ✓ Burada dördü ve ikili olmak üzere 2 adet grup vardır.
- ✓ Ucu açık olan çizgiler birleşerek dördü grubu oluşturmaktadır.

# KARNAUGH HARİTALARI

## ✓ ÖRNEK GRUPLAMALAR

y	A	B	00	01	11	10
C	D					
00						
01				1	1	
11				1	1	
10				1	1	

- ✓ Bu YANLIŞ bir gruptur.
- ✓ Çünkü altılı grup yapılamaz.

y	A	B	00	01	11	10
C	D					
00						
01				1	1	
11				1	1	
10				1	1	

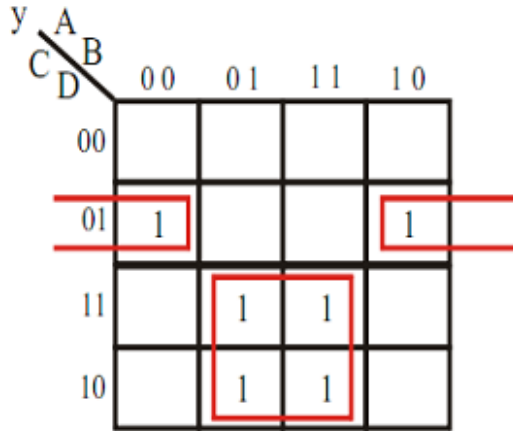
- ✓ Bu YANLIŞ bir gruptur.
- ✓ Aslında yanlıştan daha çok eksik bir gruptur.
- ✓ Dörtlü iki grup yapılabilirdi.

y	A	B	00	01	11	10
C	D					
00						
01				1	1	
11				1	1	
10				1	1	

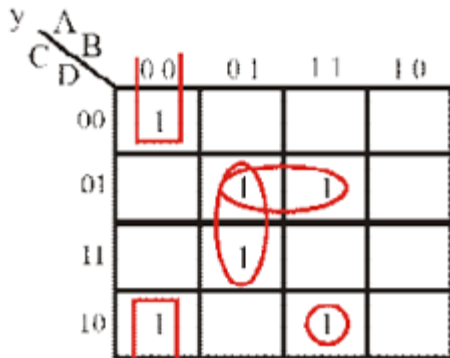
- ✓ Bu DOĞRU bir gruptur.
- ✓ Kare içinde ve daire içinde olmak üzere 2 adet dörtlü grup vardır.

# KARNAUGH HARİTALARI

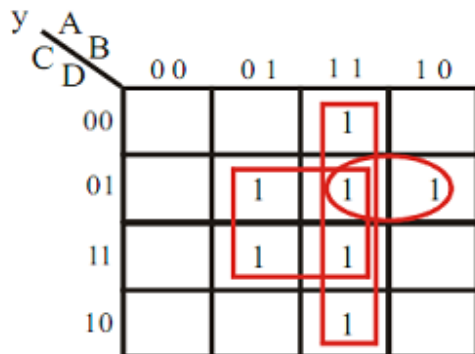
## ✓ ÖRNEK GRUPLAMALAR



- ✓ Bu DOĞRU bir gruptur.
- ✓ Burada biri ikili biri dördlü olmak üzere 2 adet grup vardır.
- ✓ Ucu açık olan çizgiler içinde ikili grup bulunmaktadır.



- ✓ Bu DOĞRU bir gruptur.



- ✓ Bu DOĞRU bir gruptur.

# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ **FARKETMEZ (DON'T CARE) DURUMU İLE KARNO UYGULAMASI**
- ✓ Bazı tasarımlarda gerek giriş gerekse çıkış değişkenlerinin bir önemi yoktur.
- ✓ Bu durumda ifadenin önemsiz olduğunu belirtmek için 0 ve 1 dışında özel bir karakter olan "X" kullanılır.
- ✓ Buna farketmez, önemsiz vb... gibi adlar verilebilir.
- ✓ "X" bulunan kutular duruma göre "0" veya "1" olarak kabul edilebilir.
- ✓ Sadeleştirme işleminde en büyük gruplamayı yapmak esastır.
- ✓ Farketmezlerin hepsi 1 veya hepsi 0 olarak kullanılabileceği gibi en büyük gruplama yapabilmek için istenilen "X"i alıp, diğerlerini grup dışında bırakabiliriz.
- ✓ "X" işareti yerine bazı kaynaklarda "d" işareti de kullanılmaktadır.
- ✓ **ÖRNEK:**

	B	B'	B
A	X	X	
A'	1		

Bu durumda çıkış ifadesi  $Q = B'$  olur.

# KARNAUGH HARİTALARI

✓ **ÖRNEK:** Verilen karno haritasını sadeleştirelim.

A \ BC	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	0	1	X	1

A \ BC	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	0	1	X	1

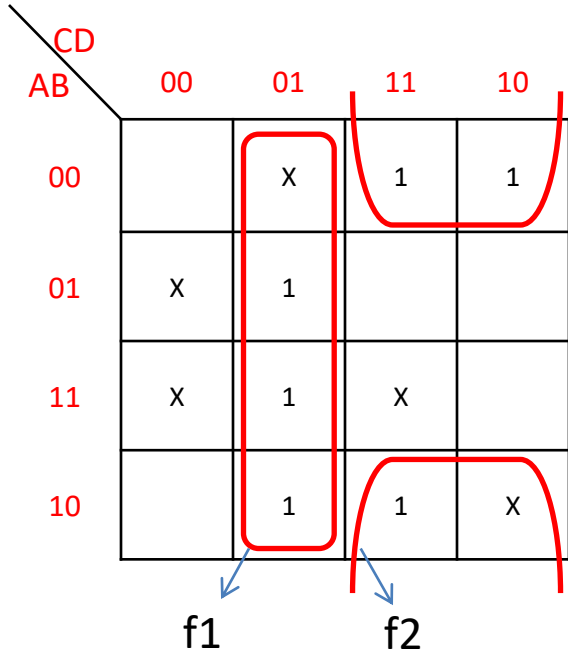
f1

f2

- ✓ f1 grubu içerisinde C girişi yalnızca 1 değerine sahiptir. Bu durumda  $f1 = C$  olur.
- ✓ f2 grubu içerisinde B girişi yalnızca 1 değerine sahiptir. Bu durumda  $f2 = B$  olur.
- ✓ Sadeleştirme işlemi sonunda  $Q = f1 + f2 = C + B$  olarak elde edilir.

# KARNAUGH HARİTALARI

✓ **ÖRNEK:** Verilen karno haritasını sadeleştirelim.



✓ f1 grubunda  $C = 0, D = 1$  sabit kalmaktadır. Bu durumda  $f1 = \bar{C}D$  olur.

✓ f2 grubunda  $B = 0, C = 1$  sabit kalmaktadır. Bu durumda  $f2 = \bar{B}C$  olur.

✓ Sadeleştirme işlemi sonunda  $Q = f1 + f2 = \bar{C}D + \bar{B}C$  elde edilir.

# KARNAUGH HARİTALARI

✓ **ÖRNEK:** Verilen karno haritasını sadeleştirelim.

✓ **1)**

A \ BC	00	01	11	10
0	X	1	0	1
1	X	0	X	1

✓ **2)**

A \ BC	00	01	11	10
0	1	1	1	X
1	X	0	0	1

# KARNAUGH HARİTALARI

✓ **ÖRNEK:** Verilen karno haritalarını sadeleştirelim.

✓ **1)**

CD \ AB	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1	X	1	X
11	X	X	1	
10	1	X		X

✓ **2)**

CD \ AB	00	01	11	10
00	X		1	X
01	1	1	X	1
11	1	X		1
10	X	1		



# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ **ÖRNEK:** Üç adet butonun kullanıldığı bir sistemde iki veya daha fazla butona basılması durumunda sistemin çalışmasını sağlayan devreyi karno haritalarından faydalanarak tasarlayınız.
- ✓ **1. AŞAMA:** Durum tablosunun oluşturulması

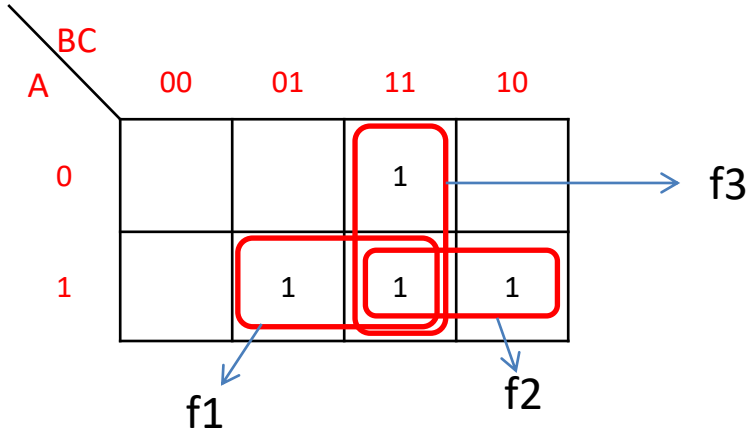
BUTONLAR			ÇIKIŞ
A	B	C	Q
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- ✓ **2. AŞAMA:** Durum tablosundan karno haritasına yerleştirme

		BC			
		00	01	11	10
A	0			1	
	1		1	1	1

# KARNAUGH HARİTALARI

✓ **3. AŞAMA:** Karno haritasında gruplamanın yapılması ve sadeleştirme



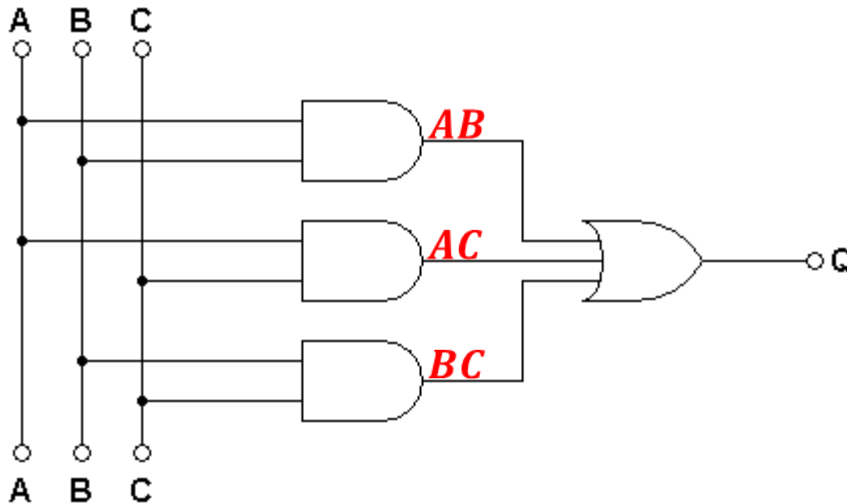
$$f1 = AC$$

$$f2 = AB$$

$$f3 = BC$$

$$Q = AC + AB + BC$$

✓ **4. AŞAMA:** Uygulama devresinin çizimi



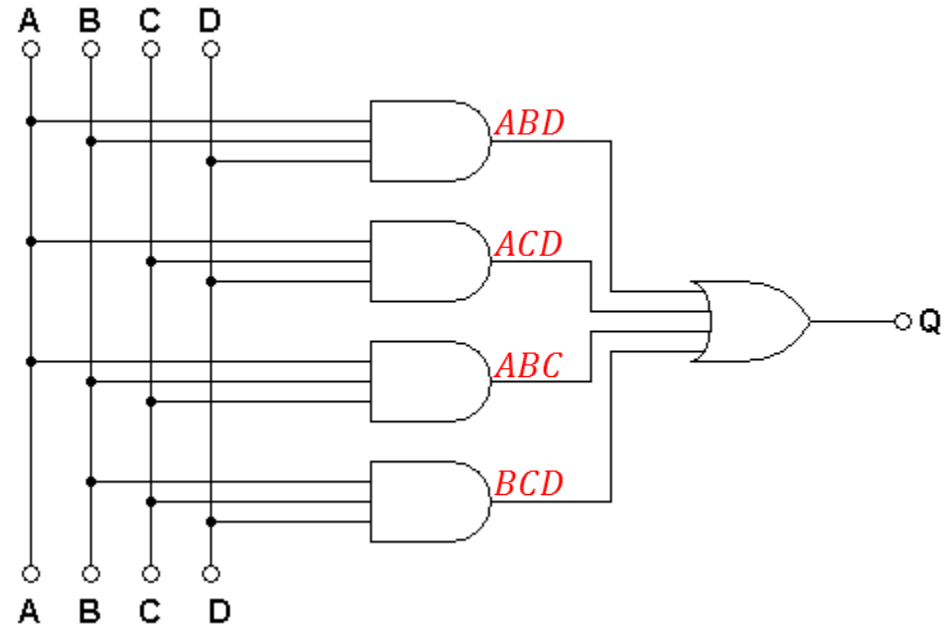
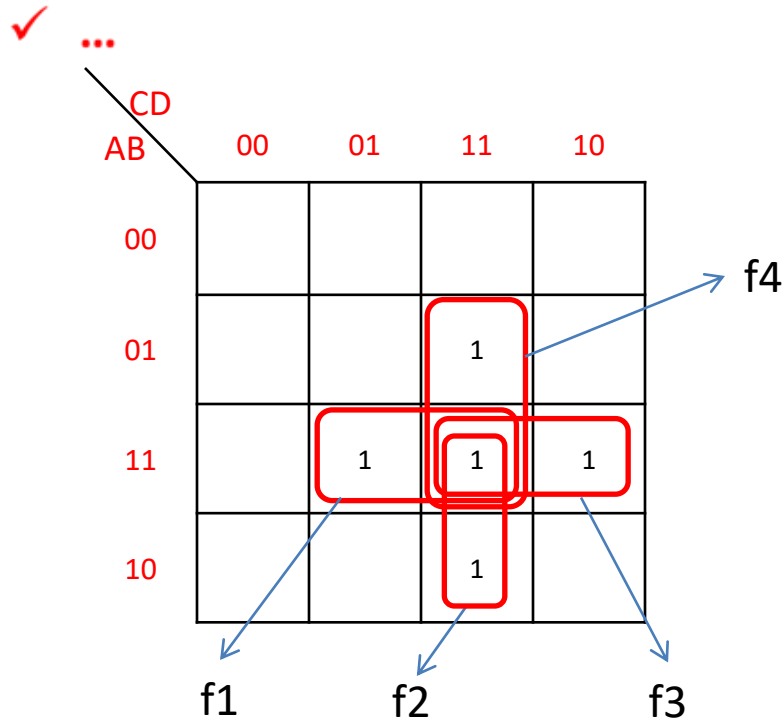
# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ **ÖRNEK:** Bir alarm cihazında dört adet sensör kullanılarak kumanda edilmektedir. Bu sensörlerden herhangi üç tanesi kapalı olması durumunda alarmın çalışmasını sağlayacak lojik kumanda devresini tasarlayınız.

A	B	C	D	Q
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	1
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	1
1	1	0	0	
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01			1	
11		1	1	1
10			1	

# KARNAUGH HARİTALARI



✓  $f1 = ABD$

✓  $f2 = ACD$

✓  $f3 = ABC$

✓  $f3 = BCD$

$$Q = f1 + f2 + f3 + f4 = ABD + ACD + ABC + BCD$$

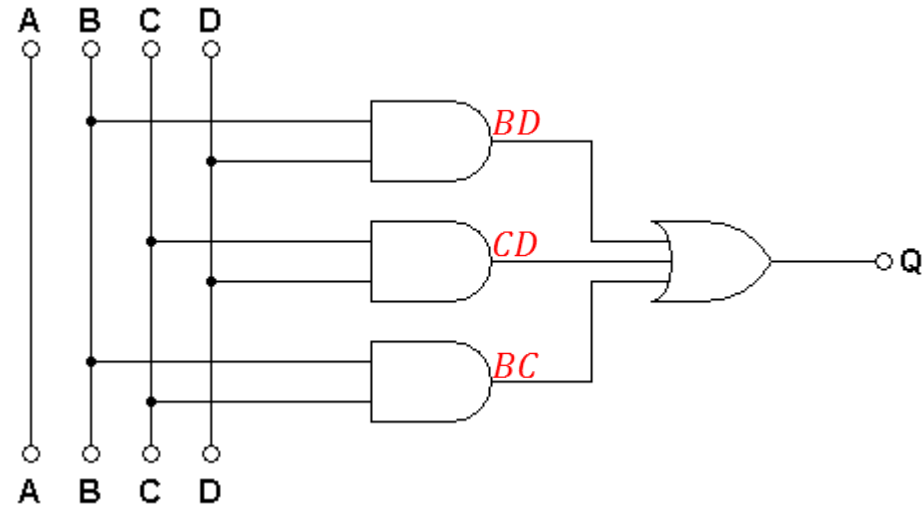
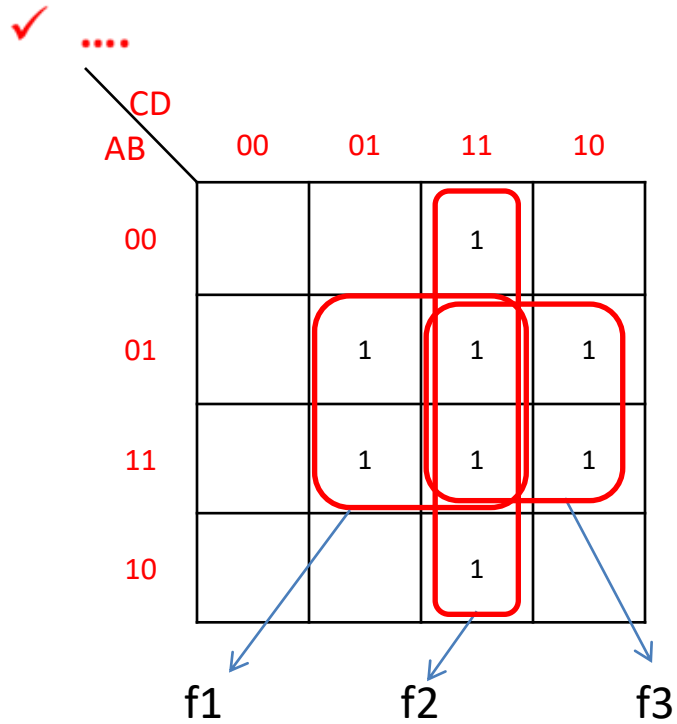
# KARNAUGH HARİTALARI

- ✓ **ÖRNEK:** Bir yönetim kurulu toplantısında 4 adet kurul üyesi işçiler adına kararlar alacaktır. Üyeler buldukları birimlerdeki işçi sayılarına göre temsil oranlarına sahiptir. Birinci üyenin %10 temsil hakkı, ikinci üyenin %25 temsil hakkı, üçüncü üyenin %30 temsil hakkı, dördüncü üyenin ise %35 temsil hakkı bulunmaktadır. Yapılan oylamalarda %50 ve üstü elde edilmesi durumunda ilgili karar geçerli olacaktır. Kararların geçerliliğini gösterecek lojik kumanda sistemini tasarlayınız.

A %10	B %25	C %30	D %35	Q
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	1
0	1	0	0	
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	1
1	1	0	0	
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00			1	
01		1	1	1
11		1	1	1
10			1	

# KARNAUGH HARİTALARI



✓  $f1 = BD$

✓  $f2 = CD$

✓  $f3 = BC$

$$Q = f1 + f2 + f3 = BD + CD + BC$$