3x3- 4x - 6=0 denkleminin x=1 ile x=3 arasinda bir koku oldugu biliniyor. Bu koku

1. yariya bolme yontemi ile
2. x0=1 alarak Newton Raphson yontemiyle hesaplayin.
3. x0=20 alarak Newton Raphson yontemiyle hesaplayin.
4. x0=-10 alarak Newton Raphson yontemiyle hesaplayin.
5. Denklemi sabit nokta yontemi ile cozmek icin gerekli denklemleri yazin. a) ve b) şıklarında buldugunuz koku sabit nokta yontemi ile bulup bulamayacaginizi inceleyin.

Not: e) şıkkında koku bulmaniz sorulmuyor. Kokun sabit nokta yontemi ile bulunup bulunamayacagi soruluyor.

Cozum:

1. **Yariya Bolme yontemi**

 f(x)= 3x3- 4x - 6=0,

x=1 icin f(1) = 3x13 – 4x1– 6 = –7

x=3 icin f(3) = 3x33 – 4x3– 6 = 63

isaretler ters oldugundan 1<x<3 araliginda bir kok kesinlikle vardir.



x=2 icin f(2) = 3x33 – 4x3– 6 = 10

x=2 ve x=3 icin isaret ayni, x=1 ve x=2 icin isaret ters. O halde x=1 ve x=2 arasinda kok var.



x=1.5 icin f(1.5) = 3x1.53 – 4x1.5 – 6 = – 1.875,

x=1 ve x=2 icin isaret ayni, x=1.5 ve x=2 icin isaret ters. halde x=1.5 ve x=2 arasinda kok var.



x=1.75 icin f(1.75) = 3x1.753 – 4x1.75 – 6 = 3.0781,

x=2 ve x=1.75 icin isaret ayni, x=1.5 ve x=1.75 icin isaret ters. halde x=1.5 ve x=1.75 arasinda kok var.

 

 x=1.625 icin f(1.625) = 3x1.6253 – 4x1.625 – 6 = 0.373,

…..

Bu sekilde devam edilirse

…..

x=1.6059, f(1.6059)= 3x1.60593 – 4x1.6059 – 6 = 0.00083

…….

……..

……..

x=1.60585638,

 f(1.60585638)= 3x1.605856383 – 4x1.60585638 – 6

 = -0.0000000042

1. **Newton Rapson Metodu x0=1**

 

 f(x)= 3x3- 4x – 6, f**'**(x)= 6x2- 4

 

 ,

 







x5=1.58

x6=1.62

x7=1.5966

x8=1.62

x9=1.6122

x10=1.6016

x11=1.6087

x12=1.6039

x13=1.6072

x14=1.6050

……

x20= 1.60585638

1. **Newton Rapson Metodu x0=20**









……

x18= 1.60585638

1. **Newton Rapson Metodu x0=-10**











…….

x24= 1.60585638

Yorum: Baslangic degeri ne olursa olsun kok bulunuyor. Bu duruma yakinsaklik denir. Yakinsaklik her zaman olan bir durum degildir.

1. Sabit Nokta Yontemi

 3x3- 4x - 6=0

Denklemi x=g(x) seklinde yazmaliyiz.

 a) - 4x= 6-3x3

 - 4x= 6-3x3 🡺 

 b) 3x3- 4x - 6=0

 3x3 =4x + 6

 



----------------- ------------------------------------------

Ister a) ister b) halinde yazalim, denklemin kokunun bulunabilmesi icin, x degiskenine kok civarinda bir deger verildiginde g**'**(x) turevinin | g**'**(x)|<1 sartini saglamasi gerekir.

1. Kisminda g**'** (x) =0.75 x3 - 1.5 ,

Dolayisiyle kok civarinda bu ifadeyi hesaplarsak .

g**'** (1.6058)=0.75 1.60583 - 1.5 =1.59

 1.59>1 oldugundan bu yazilim tarzi ile kok bulunamaz.

 Bunu basit deneme ile de gorebiliriz. x degisenine kok civarinda bir deger verelim mesela x0=1.6 diyelim ve iterasyona baslayalim

 x0=1.6

 x1 = 0.75 x03 - 1.5 = 0.75 1.63 - 1.5 = 1.57

 x2 = 0.75 x13  - 1.5 = 0.75 1.573 - 1.5 = 1.41

 x=0.61823,

 x=-1.3228,

 x=-3.2359,

 x=-26.9126,

 x=-14620.9202,

 x=-2344149938427

 Goruldugu gibi iterasyon iraksamaktadir.

 ------------------------------ ----------------------

 Simdi de x0=1.7 diyelim ve iterasyona baslayalim

 x=2.1847,

 x=6.3211,

 x=187.9237,

 x=4977436.9006,

 x=92486544345455362000,

 Gercek kok 1.6058 dir. Gercek koke cok yakin degerler verdigimiz halde cozume yakinsamadi.

-----------------------------------------------------------

 Simdi de b) şıkındaki  denklemine bakalim.

  =0.7(4x+6)1/3

 g**'(x)=0.7 (1/3)** (4x+6)-2/3 4

 x=1.6058icin

 g**'(**1.6058**)=0.7 (1/3)** (4 1.6058+6)-2/3 4 =0.17

x=1; 0.7\*(4\*x+6)^(1/3)

 0.17<1 oldugundan bu yazilim tarzi ile kok bulunabilir.

 Deneyelim.

 x0=1 verelim

 **x=0.7(4x+6)1/3**

 **x1=0.7(4x0+6)1/3  = 0.7(4 1 + 6)1/3  = 1.5081**

 **x2=0.7(4x1+6)1/3  = 0.7(4 1.5081 + 6)1/3  = 1.604**

 iterasyona devam edersek gercek koku buluruz.

 **….**

 **x7=1.6058**

**….**

 **------------------------------------------------ ----------**

 x0=2 verelim

 **x=0.7(4x+6)1/3**

 **x1=0.7(4x0+6)1/3  = 0.7(4 2 + 6)1/3  = 1.6871**

 **x2=0.7(4x1+6)1/3  = 0.7(4 1.6871 + 6)1/3  = 1.6362**

 **…..**

 **x5=1.6058**