

1) $y=3x^2$ eğrisinin $x=3$ ile $x=5$ arasında kalan eğri parçasının uzunluğunu bulunuz.

$$L = \int_a^b ||f'(t)|| dt$$

$$F(t)=t+at^2 \quad F'(t)=1+2at \quad ||F'(t)||=\sqrt{1+4a^2t^2}$$

$$\int_{t=A}^{t=B} \sqrt{1+4a^2t^2} dt = ?$$

$$\int \sqrt{a+cx^2} dx = \frac{1}{2} x \sqrt{a+cx^2} + \frac{1}{2} a \left[\frac{1}{\sqrt{c}} \ln \left(x \sqrt{c} + \sqrt{a+cx^2} \right) \right]$$

$$L = \int_{x=3}^5 \sqrt{1+cx^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{1+cx^2} + \frac{1}{2\sqrt{c}} \log(x\sqrt{c} + \sqrt{1+cx^2}) \Big|_{x=3}^{x=5}$$

$$L=48.04$$

3) $P(2,3,7)$, $Q(5,2,4)$ noktalarından geçen doğru denklemini a) Kartezyen koordinatlarda x,y,z cinsinden ifade edin. b) $r(t)=..$ şeklinde parametrik denklem olarak ifade edin.

$$\frac{x-x_1}{x_1-x_2} = \frac{y-y_1}{y_1-y_2} = \frac{z-z_1}{z_1-z_2},$$

$$\frac{x-C}{C-F} = \frac{y-D_1}{D-G} = \frac{z-E}{E-H}, \quad \frac{x-C}{C-F} = \frac{y-D}{D-G},$$

$$y=-0.33333x + 3.6667,$$

$$z=-1x + 9,$$

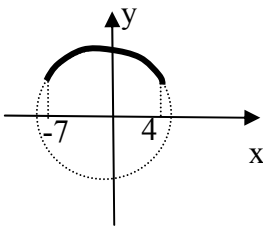
$$z=3y + -2,$$

$$r(t)=xi+yj+zk$$

$$x=t, \text{ tanımı ile } y=-0.33333t + 3.6667, \quad z=-1t + 9,$$

$$x=-0.33333t+1.6667, \text{ tanımı ile } y=0.11111t + 3.1111, \quad z=0.33333t + 7.3333,$$

4) Şekildeki cemberin yarıçapı 10 dur. Gösterilen eğri parçası üzerinde $\int (x^3 y) dl$ integralini a) kutupsal koordinatları kullanarak yazın. b) Integrali hesaplayın.



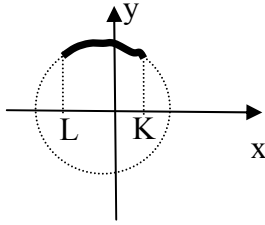
$$\int f(x, y) dl = \int_{\theta=a}^{\theta=b} f(r \cos \theta, r \sin \theta) \sqrt{r'^2 + r^2} d\theta$$

çemberin kutupsal denklemi $r=10$ dir. $r'=0$; $\sqrt{r'^2 + r^2} = \sqrt{10^2 + 0^2} = 10$

$$\int x^3 y dl = \int_{\theta=a}^{\theta=b} (10 \cos \theta)^3 (10 \sin \theta) 10 d\theta$$

$$\cos \theta = p \quad \sin \theta \, d\theta = -dp$$

$$= 10^5 \int_{\theta=\theta_1}^{\theta=\theta_2} p^3 \, dp = \frac{10^5}{4} p^4 = \frac{10^5}{4} (\cos \theta)^4 \Big|_{\theta_1}^{\theta_2}$$



$$\theta_1 = \arccos K/r, \quad \theta_2 = 180 - \arccos L/r,$$

$$I = -5362.$$

6) $F(x, y, z) = x^2 yz \mathbf{i} + xy^2 z \mathbf{j} + z \mathbf{k}$ vektör alanının PQ doğru parçası boyunca yaptığı işi hesaplayın. $P(0, 3, 0)$, $Q(2, 0, 4)$,

$$x=t, \quad y=-1.5t+3, \quad z=2t+0,$$

$$\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + (-1.5t+3)\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{i} - 1.5\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

$$F \cdot \mathbf{r}' = x^2 yz + xy^2 z (-1.5) + z (2)$$

$$I = \int_{t=0}^{t=2} t^2(-1.5t+3)2t + t(-1.5t+3)^2 2t (-1.5) + 2t (2) \, dt$$