



17. ULUSAL ISI BİLİMİ ve TEKNİĞİ KONGRESİ

24 - 27 HAZİRAN 2009

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ - SİVAS



NEWTONYEN OLMAYAN AKIŞKANLARIN REOMETRİK CİHAZLARDAKİ AKIŞ DİNAMİKLERİNİN İNCELENMESİ

Yusufl ŞIKER* ve Bülent YEŞİLATA**

*Harran Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü
63000 Merkez, Şanlıurfa, yusuf47@harran.edu.tr

**Harran Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü
63000 Merkez, Şanlıurfa, byesilata@harran.edu.tr

Özet: Bu çalışmada, Newtonyen olmayan akışkanların, reometrik cihazlardaki akışlarını temsil eden bazı temel akış geometrileri için hız profilleri belirlenmiştir. Çözümlerde Newtonyen olmayan akışa ait üs kanunu (power-law) bünye denklemi kullanılmıştır. Çalışılan akışlar şunlardır: düzlemsel kanal içi akış, silindirik boru içi akış, koaksiyel levha-levha arası torsiyonel akış ve koaksiyel koni-levha arası torsiyonel akış. Hız profili denklemleri; tam gelişmiş, laminar ve izotermal akım bölgesinde, analitik çözümler yapılarak bulunmuştur.

Anahtar kelimeler: Newtonyen olmayan akışkan, üs kanunu, reometri, kanal içi akış, dönele akış

EXAMINATION OF FLOW DYNAMICS OF NON-NEWTONIAN FLUIDS IN RHEOMETRIC DEVICES

Abstract: In this study, velocity profiles of non-Newtonian flows in some fundamental geometries, representing those found in rheometric devices, are determined. The power-law constitutive equation is used as non-Newtonian model in formulations. The flows studied are as follows: planar and circular channel flows, torsional flows between coaxial plate-plate and cone-plate geometries. The equations of velocity profiles are obtained by analytical solutions under fully-developed, laminar, and isothermal flow assumptions.

Keywords: Nonnewtonian fluid, power-law, rheometer, internal flow, rotational flow

SEMBOOLLER

ρ	Yoğunluk [kg/m ³]
g	Yer çekim ivmesi [m/s ²]
k	Isı iletim katsayısı [W/mK]
m	Power-law viskozite katsayısı [Pa.s ⁿ]
n	Power-law katsayısı
P	Basınç [Pa]
T	Sıcaklık [K]
\dot{S}	Stres Tensörü
v	Hız [m/s]
R	Yarıçap [m]

τ	Cidar kayma direnci [$= \frac{\Delta R}{2L}$]
h	Kanallar arası mesafe [m]
u^*	Boyutsuz hız katsayısı [$= \frac{v_x}{U}$], [$= \frac{v_z}{V}$]
y^*	Eksenel yükseklik [$= y/h$]
$\dot{\gamma}$	Açısal deformasyon [s ⁻¹]
τ	Kayma gerilmesi [N/m ²]
Ω	Açısal hız [dev./dak.]

1. GİRİŞ

Newtonyen olmayan (Non-Newtonian) akışkanlar günümüzde; gıda endüstrisinden, tıp endüstrisine kadar geniş bir aralıkta kullanılmakla birlikte, sayısal analizlerine yönelik çalışmalar son yıllarda yoğunlaşmıştır. Newtonyen olmayan akışkanlar ile ilgili en kapsamlı çalışmalar polimer/plastik endüstrisinde gerçekleştirilmektedir (Yeşilata 2000, Yeşilata 2002). Çünkü; bu tür malzemelerin üretimi için, şekillendirme işleminin ergimiş akışkan fazında yapılması gerekmektedir ve akış mekanizmalarının karmaşıklığı nedeniyle, ilgili endüstrinin sorunlarına yönelik çözümler

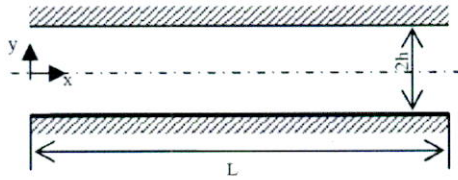
arayışları yoğun olarak sürmektedir. Ülkemizde ise bu yöndeki araştırmalar henüz başlangıç aşamasındadır (Şiker 2007).

Newtonyen olmayan akışkanların; teorik analizi değişken viskoziteye sahip olmaları nedeniyle basit akışkanlara nazaran oldukça güçtür. Klasik akış problemlerinin çözümünde kullanılan temel denklemlere (süreklilik, momentum ve enerji) ek olarak, akışkanın gerilme ve deformasyon oranı arasındaki ilişkisini tanımlayan bir bünye denklemi gereklidir (İmal ve Pınarbaşı 2004). Newtonyen olmayan akışkanların deformasyon oranı ile değişen viskozitelerinin deneysel

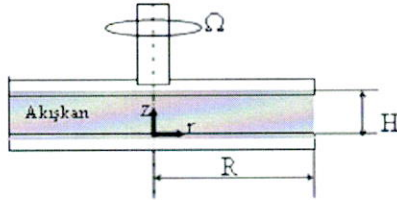


karakterizasyonunda ise reometre adı verilen cihazlar kullanılmaktadır. Reometrik cihazlarda temel prensip, bir boyutlu akış koşullarının geçerli olduğu basit geometriler kullanarak, akışkanın gerilme-deformasyon arasındaki ilişkiyi belirlemektir (Macosco 1994). Daha sonra bu ilişkiden yola çıkılarak; akışkanın viskozite değişimini en iyi tanımlayan bünye denklemlerine ulaşılması hedeflenir. Bu aşamaların gerçekleştirilebilmesi için sözü edilen basit akış geometrilerindeki, temel akış büyüklüklerinin çözümünün bulunması esastır (Bird et al. 1987). Bu nedenle, bu çalışmada reometrik cihazlarda yaygın kullanılan bazı akış geometrilerindeki hız profilleri, Newtonyen olmayan akışkanlar esas alınarak belirlenmektedir.

(a)



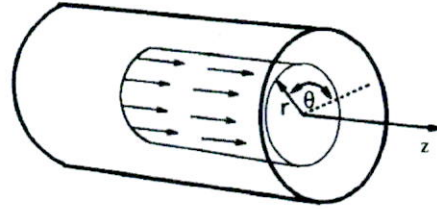
(c)



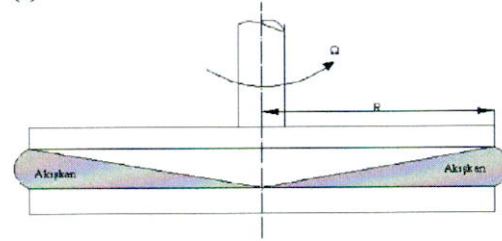
2. ÇALIŞILAN AKIŞ GEOMETRİLERİ VE MODELLEME

Bu çalışmada göz önüne alınan akış geometrileri Şekil 1'de gösterilmiştir. İlk iki akış geometrisi olan; düzlemsel kanal ve silindirik boru geometrileri, açık akım çizgili akışları temsil etmektedir. Bu akışlar sırasıyla; dikdörtgen (slit) ve dairesel kesitli (kapılar) reometrelerde esas alınan akışlardır. Diğer iki akış geometrisi olan; koaksiyel levha-levha ve koaksiyel koni-levha ise, kapalı akım çizgili akışları temsil etmektedir. Bu akışlar ise; aynı dönel reometrelerde esas alınan ve aynı isimle anılan reometrelerdeki akışlardır.

(b)



(d)



Şekil 1. Çalışılan akışlar; a) düzlemsel kanal içi akış, b) silindirik boru içi akış, c) koaksiyel levha-levha arası torsiyonel akış ve d) koaksiyel koni-levha arası torsiyonel akış.

Belirtilen akış geometrilerindeki; kararlı ve sıkıştırılamaz akış için, tam gelişmiş ve laminar akım bölgesinde geçerli temel akış (süreklilik, momentum ve enerji) denklemleri ve Newtonyen olmayan akışkana ait üs kanunu (power-law) bünye denklemi aşağıda verilmiştir:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p - [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] + \rho \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\rho c_v \frac{DT}{Dt} = (\nabla \cdot \mathbf{k} \nabla T) - (\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v}) + \dot{S} \quad (3)$$

$$\tau_{yx} = m \dot{\gamma}_{yx}^n = m (dv_x / dy)^n \quad (4)$$

Çalışmanın ilk aşamasında; açık akım çizgili akışları temsilen paralel iki levha ve boru içerisinden geçen

Newtonyen ve Newtonyen olmayan akışkanların hız profili, (1)-(4) nolu denge denklemleri kullanılarak, analitik olarak çözülmüştür. Çözümler; paralel iki levha arası akışlarda kartezyen koordinatlar ve boru içerisindeki akışlar için ise silindirik koordinatlarda yapılmıştır.

İkinci aşamada çalışılan koaksiyel levha-levha ve koni-levha arasındaki torsiyonel akışların her ikisinde de; alt levha sabit, üst levha/koni sabit açısal hızla dönmektedir. Belirtilen bu geometriler için akışkanın hız dağılımı tespit edilmiştir. Hız dağılımı tespit edilirken, bir önceki geometrilerde olduğu gibi; (1)-(4) nolu denklemler kullanılarak çözüme gidilmiştir. Koaksiyel levha-levha arasındaki torsiyonel akışlar, silindirik koordinatlarda; koni-levha arasındaki torsiyonel akışlar ise küresel koordinatlar da çözülmüştür.



3. ANALİTİK ÇÖZÜM VE SAYISAL SONUÇLAR

3.1. Açık Akım Çizgili Akışlar

Bir boyutlu paralel iki levha arası akış durumunda; hız bileşenlerinden, $v_x = 0$ ve $v_y = 0$ olur. Yerçekimi bileşenleri ise $g_x = g_z = 0$ ve $g_y = -g$ şeklindedir. Hızın 'x' yönündeki bileşeni için yapılan analitik çözüm sonrasında ulaşılan boyutlu ve boyutsuz değerler, sırasıyla;

$$v_x = v_x(y) = \left(\frac{h \Delta P}{m L} \right)^{1/n} \frac{nh}{n+1} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^{n+1} \right] \quad (5)$$

$$u^* = \frac{v_x}{U} = \frac{2n+1}{n+1} \left[1 - (y^*)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (6)$$

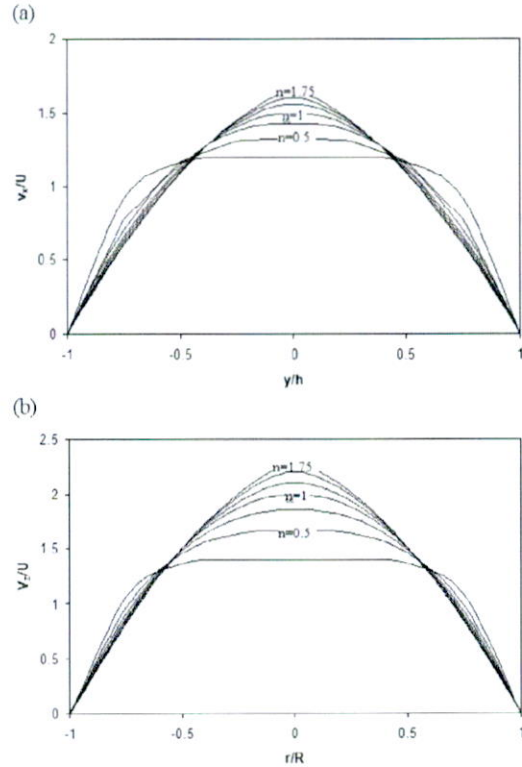
şeklindedir. Son denklemden, \bar{U} ortalama hızı, $y^* = y/h$ ise boyutsuz yüksekliği göstermektedir. Sonuç olarak paralel iki levha arasından geçen Newtonyen olmayan akışkanın hız değeri; sadece üs kanunu indeksi 'n' ile 'y*' koordinatının bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Bu parametrelere bağlı olarak çizilen hız profili Şekil 2(a)'da sunulmuştur.

Bir-boyutlu silindirik boru içerisindeki akış durumunda ise, hız bileşenleri $v_z = v_z(r)$, $v_\theta = 0$, $v_r = 0$ ve yerçekimi ivme bileşenleri ise, $g_r = g \sin \theta$, $g_\theta = g \cos \theta$ ve $g_z = 0$ şeklindedir. Boru içerisindeki v_z hızının boyutlu ve boyutsuz değerleri sırasıyla;

$$v_z = \left(\frac{\tau_r}{nR} \right)^{1/n} \frac{1}{n+1} \left[R^{n+1} - r^{n+1} \right] \quad (7)$$

$$u^* = \frac{v_z}{V} = \frac{3n+1}{n+1} \left[1 - (r^*)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (8)$$

olarak bulunur. Denklemden, $r^* = r/R$ boyutsuz yarıçapı göstermektedir. Sonuç olarak silindirik boru içi, izotermal ve Newtonyen olmayan bir akışta hız ifadesi; sadece üs kanunu indeksi 'n' ve 'r*' koordinatının bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Bu parametrelere bağlı olarak çizilen hız profili Şekil 2(b)'de sunulmuştur.



Şekil 2. Açık akım çizgili Newtonyen olmayan akışlarda boyutsuz hız profili grafikleri; a) Paralel iki levha arası akış, b) Silindirik boru içerisindeki akış.

3.2. Kapalı Akım Çizgili Akışlar

Bu tür akışlar, viskometrik ya da geniş kapsamda reometrik akışları temsil etmektedir. Koaksiyal levha - levha torsiyonel bir akışta; üst levha sabit bir açısal hız ile dönmekte, alt levha ise sabit kalmaktadır. Problemin silindirik koordinat sisteminde çözümlü uygundur. Bir boyutlu akışa ait hız bileşenleri $v_r = 0$, $v_z = 0$ ve $v_\theta = v_\theta(r, z)$ şeklindedir. Levhalar arası bölgede bulunan akışkan miktarı çok düşük olduğundan, yerçekimi bileşenlerinin her üçünün de etkisi ihmal edilecek seviyededir. Hız profilinin analitik çözümü yapıldığında;

$$v_\theta = \frac{\Omega z}{H} \quad (9)$$

denkleme ulaşılır. Denklemden görüleceği üzere, koaksiyal levha -levha arasındaki akış için; hız profili "n" parametresinden bağımsızdır. Bu nedenle, hız profilini etkileyen diğer parametreler (z, H ve Ω) göz önüne alınarak çizilen hız profili Şekil 3(a)'da gösterilmiştir.

Hesaplamalarda; levhanın yarıçap değeri olarak, reometre uygulamalarına uygun bir değer olan $R = 25$



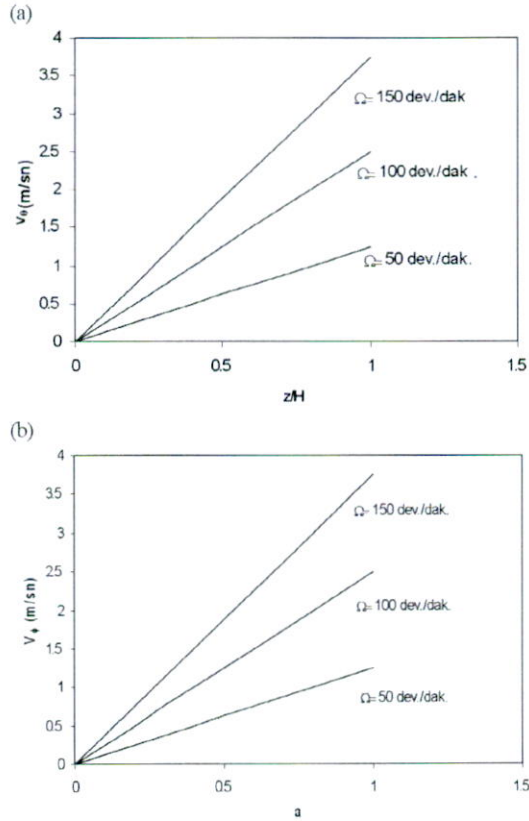
17. ULUSAL ISI BİLİMİ ve TEKNİĞİ KONGRESİ

24 - 27 HAZİRAN 2009

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ - SİVAS



mm değeri kullanılmıştır. Hız profilinden anlaşılacağı üzere; alt levha yüzeyinde akışkan hızı '0' iken, üst levha yüzeyinde, levha çevresel hızına eşittir. İki levha arası hız değişimi koordinatla doğrusal değişmektedir. Ayrıca; açılmal hızın artışıyla doğru orantılı olacak bir şekilde hız değerleri artmaktadır.



Şekil 3. Kapalı akım çizgili Newtonyen olmayan akışlarda hız profili grafikleri; a) Koaksiyal levha-levha arasındaki akış, b) Koaksiyal koni-levha arasındaki akış.

Koaksiyal koni-levha torsiyonel akışta ise; koni dönmekte ve levha ise sabit kalmaktadır. Dönel koni kullanıldığından; küresel koordinatların kullanılması gerekmektedir. Hız bileşenleri, $v_r = 0$, $v_\theta = 0$ ve $v_\phi = v_\phi(r, \theta)$ şeklindedir. Yerçekim ivmelerine ait bileşenler, bir önceki akışta olduğu gibi ihmal edilecek seviyededir. D olayısıyla hız dağılımı,

$$v_\phi = \frac{\Omega r}{\theta} \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) \quad (10)$$

olarak bulunur. Bu tür akışlarda da, hız ifadesi "n"den bağımsız olup, sadece 'r' ve 'θ' koordinatlarının bir fonksiyonu olarak değişmektedir. Bu parametrelere bağlı olarak çizilen hız profili Şekil 3(b)'de sunulmuştur. Hız profilinin çizimi için kullanılan 'a'

parametresi; $a = (\pi/2 - \theta_0)/\theta$ şeklinde tanımlanmıştır. Ayrıca alt levha yarıçapı olarak; bir önceki akışta olduğu gibi, $R=0.025$ m değeri kullanılmıştır. Şekilden görüleceği üzere; koni-levha arasındaki hız değerleri; alt levha yüzeyinde '0' değerinden başlayarak, koni yüzeyinde, çevresel dönme hızına eşit olmaktadır. Ayrıca; açılmal hızların artması; hız değerinin doğrusal olarak artmasına sebep olmaktadır.

Koaksiyal levha-levha ve koaksiyal koni-levha arasındaki akışlar; daha önce bahsedildiği üzere, viskozite ve reometre uygulamalarında yoğun olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle üst levha ya da koninin döndürülmesi için gerekli momentin, deformasyon oranına bağlı olarak hesaplanması suretiyle, viskozite davranışının belirlenmesi mümkündür. Örnek olması amacıyla; koaksiyal levha-levha arası torsiyonel akışta üst levhayı döndürmek için uygulanması gereken moment

$$M = 2\pi \int_0^R \tau_{\theta z} r^2 dr \quad (11)$$

denklemlerle hesaplanırsa;

$$M = \frac{2\pi R^3 \gamma_R \eta}{(3+n)} \quad (12)$$

elde edilir. Bu denklemden $\dot{\gamma}_R$ etkin deformasyon oranı olarak tanımlanmaktadır. Bu son denklem kullanılarak, levhanın döndürülmesi için gerekli moment, deformasyon oranına bağlı olarak hesaplanmış ve elde edilen logaritmik ölçekli grafik Şekil 4'de gösterilmiştir. Farklı 'n' değerlerinde eğriler elde edilebilmek amacıyla; farklı öze likte üç akışkan göz önüne alınmıştır. Newtonyen olmayan akışkanların seçiminde; $n < 1$ durumu için 1% polietilen oksit ve $n > 1$ durumu için ise, konsantre mısır nişastası çözeltisi seçilmiştir. $n=1$ değerini temsil eden Newtonyen akışkan olarak ise su göz önüne alınmıştır. Bu akışkanlara ait üs kanunu parametreleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Seçilen akışkanlar ve özellikleri

Akışkan ismi	Viskozite davranışı	n (-)	m (Pa.s ⁿ)
Polietilen oksit	Azalan Viskoziteli (shear-thinning)	0.532	0.994
Safsu	Sabit Viskoziteli (Newtonyen)	1	1,003.10 ⁻³
Mısır nişastası (konsantre çözelti)	Artan Viskoziteli (shear-thickening)	1.72	0.131

Şekil 4'te verilen grafikteki düşey eksen (M/γ_R oranı), akışkanın viskozite davranışını gösteren bir



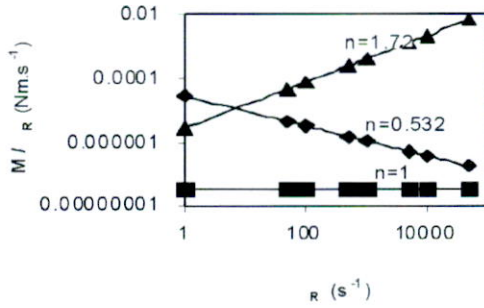
17. ULUSAL ISI BİLİMİ ve TEKNİĞİ KONGRESİ

24 - 27 HAZİRAN 2009

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ - SİVAS



ölçüdü r. Bu nedenle, M/γ_R oranı; Newtonyen akışkan ($n=1$) için sabit kalmaktadır. Newtonyen olmayan akışkanlarda; $n>1$ için deformasyon oranı ile artmakta ve $n<1$ için ise azalmaktadır.



Şekil 4. Koaksiyal levha-levha arasındaki döndürme momentinin açıl deformasyonla değişimi

4. SONUÇ

Bu çalışmada, Newtonyen olmayan akışkanların, reometrik cihazlardaki akışlarını temsil eden bazı temel akış geometrileri için hız profilleri belirlenmiştir. Çözümlerde Newtonyen olma akışa ait üs kanunu (power-law) bütüne denklemi kullanılmıştır. Çözümler; tam gelişmiş, laminar ve izotermal akım bölgesinde gerçekleştirilmiştir. Çalışılan akışlar şunlardır: düzlemsel kanal içi akış, silindirik boru içi akış, koaksiyel levha-levha arası torsiyonel akış ve koaksiyel koni-levha arası torsiyonel akış. Belirtilen akışların hız profillerinin incelenmesi sonrasında ulaşılan sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

i) Açık akım çizgili akışlarda; Newtonyen akışkanlar ($n=1$) için elde edilen parabolik hız profili, Newtonyen olmayan için, $n<1$ durumunda kanal merkezine doğru düzleşmektedir. Düzleşme eğilimi, 'n' in küçük değerlerinde iyice yükselmektedir. $n>1$ durumunda ise parabolik profil, kanal merkezine doğru sivrileşmektedir. Çepere yaklaştıkça hızlar sıfıra doğru keskin bir gidiş sergilemektedir. Bu durumda 'n' parametresinin etkisi ihmal edilecek seviyeye inmektedir. Paralel iki levha ve boru içi akış geometrilerindeki hız profilleri kendi aralarında kıyaslandığında ise; boru içi akışta; yerel hızların ortalama hıza oranı, kanal içi akışa kıyasla, 'n' parametresinin bütün değerleri için, daha yüksek bulunmuştur.

ii) Kapalı akım çizgili akışlarda, hız profili "n" değerinden bağımsızdır. Koaksiyal levha-levha arası akışlar için, hız yükseklik ve açıl hızla doğru orantılı olarak artmaktadır. Koni-levha arası akışlar için ise; hız ile koni açısı ve açıl hız arasında bir doğrusal ilişki söz konusudur. Bu tür akışlarda; dönme momenti ile deformasyon oranı arasındaki ilişki oldukça önemlidir ve farklı 'n' değerleri için bu ilişki araştırılmıştır. Akışkanın viskozite davranışını onaylayan bu analiz ile; dönme momenti, Newtonyen akışkan ($n=1$) için sabit kalmaktadır. Newtonyen olmayan akışkanlarda; $n>1$ için deformasyon oranı ile artmakta ve $n<1$ için ise azalmaktadır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma Harran Üniversitesi Bilimsel Araştırma Komisyonu (HÜBAK Proje No: 671) tarafından kısmen desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

BIRD, R.B., ARMS TRONG, R.C., HASSAGER, O., Dynamics of Polymeric Liquids, Volume 1: Fluid Mechanics, 2nd edition, Wiley Interscience (New York) 1987.

İMAL, M., ve PINARBAŞI, A., Newtonyen Olmayan Bir Akışkanın İki Paralel Levha Arasındaki Akışına Visköz Isınma Etkisi. İtühend. 3 (1):15-21, 2004.

İŞİKER Y., Polimerik akışkanların lineer olmayan dinamiklerinin modellenmesi, Harran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2007.

MACOSCO, C.W., Rheology: principles, measurements and applications, VCH, New-York, (1994)

YEŞİLATA, B., Polimerik Malzemelerin Üretiminde Akış Fazındaki Kararsızlıkların Ürün Kalitesine Etkileri, Politeknik Dergisi, cilt 3, sayı 1, sayfa 83 -90, 2000.

YEŞİLATA, B., Nonlinear Dynamics of a Highly Viscous and Elastic Fluid in Pipe Flow, Fluid Dynamics Research, v31, pp. 41 -64, 2002.